

N° d'Ordre : 1(1974)

N° CNRS : A.O.9.656

THESES

présentées devant l'UNIVERSITE de NANTES

pour obtenir le grade de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Jean-Georges SIEFFERT

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE



1^{ère} Thèse : Contribution à l'étude expérimentale du vibro-fonçage des pieux à fréquence élevée

2^{ème} Thèse : Propositions données par le Jury

Soutenues le 16 mars 1974 devant la Commission d'Examen

M. PIRONNEAU Président

M. VILAINE

M. TARDY

M. GRAUX

M. VAUSSY

} **Examineurs**

THESES

présentées devant l'UNIVERSITE de NANTES

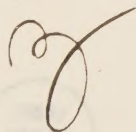
pour obtenir le grade de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Jean-Georges SIEFFERT

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE



1^{ère} Thèse : Contribution à l'étude expérimentale du vibro-fonçage des
pieux à fréquence élevée

2^{ème} Thèse : Propositions données par le Jury

Soutenues le 16 mars 1974 devant la Commission d'Examen

M. PIRONNEAU Président

M. VILAINE

M. TARDY

M. GRAUX

M. VAUSSY

} Examinateurs

1822

BOCCALINI-INGENIEUR

1831312



UNIVERSITE DE NANTES

Président M. KERNEIS Médecine

Vice-Président M. SPARSEL Pharmacie

LISTE DES ENSEIGNANTS DES DISCIPLINES SCIENTIFIQUES -

Professeurs	M. BRILLOUET	Mathématiques
	M. PAUC	«
	M. PETRESCO	«
	M. RAFFIN	«
	M. PIRONNEAU (ENSM)	Mécanique
	M. RAVILLY (ENSM)	«
	M. TARDY (ENSM)	«
	M. AVIGNON	Physique
	M. BOULLLOUD	«
	M. COLLET	«
	M. MINN	«
	M. MEZENCEV (ENSM)	«
	M. MOUTON	«
	M. DUNOYER	Chimie
	M. GRAFF	«
	M. MARTIN	«
	M. PIERI	«
	M. QUINIOU	«
	M. ROUXEL	«
	M. WOJTKOWIAK	«
	Melle DEBRAUX	Biologie
	M. GARRIGUES	«
	Mme LE DOUARIN	«
	M. LE DOUARIN	«
	M. SELLIER	«
	M. CAVET	Sciences de la Terre
Professeurs associés	M. BRARD (ENSM)	Mécanique
Professeurs sans chaire	M. FOUQUES	Mathématiques
	M. IBISCH	«
	M. BARDON	Physique
	M. GOUREAUX	«
	M. LASKAR	«
	M. LE NOUR	«
	Melle OFFRET (ENSM)	«
	M. ROSIER	«

Professeurs sans chaire M. GOBIN (ENSM)

M. TOURNOUX

Chimie

«

M. CHABANEL

Biologie

M. DUPONT

«

M. SAUDRAY

«

M. OTTMANN

Sciences de la Terre

Maîtres de Conférences M. DHOMBRES

Mathématiques

M. DO (ENSM)

«

M. GATESOUE

«

M. GAPAILLARD

«

M. LAMEAU (ENSM)

«

M. LEBORGNE

«

M. PHAN-THE-LAI (Chargé d'Enseignement)

«

M. VOGEL

«

M. DUBIGEON (Chargé d'Enseignement ENSM) Mécanique

M. GUEVEL (ENSM)

«

M. SULMONT (ENSM)

«

M. VAUSSY (ENSM)

«

M. VILAINE (ENSM)

«

M. CAILLER (IUT)

Physique

M. LE BIHAN

«

M. LE CORRE (IUT)

«

M. LE MAITRE

«

M. LONCKE

«

M. THOMAS (Chargé d'Enseignement IUT)

«

M. BOUCHY (IUT)

Chimie

M. LE MAITRE (Chargé d'Enseignement IUT)

«

Mme MARTIN

«

M. POINTEAU (ENSM)

«

M. AMOURIQ

Biologie

M. LEBRUN

«

Mme NICOLAS-PRATT

«

Maîtres de Conférences M. FORESTIER

Sciences de la Terre

M. NICOLAS

«

Secrétaire Général : M. LERAY

A mes parents,

A ma femme



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555012_0009

Mes plus vifs remerciements s'adressent à Monsieur le Professeur PIRONNEAU, ancien Directeur de l'E.N.S.M. et ancien Recteur de l'Académie de Besançon dont l'aide et les conseils bienveillants m'ont été particulièrement utiles pour mener à bien ce travail. Je lui exprime ici toute ma profonde et respectueuse gratitude d'avoir bien voulu assumer la présidence de ce Jury.

Je tiens à remercier très spécialement mon Directeur de Recherche, Monsieur le Professeur VILAIN, Directeur de l'E.N.S.M., de l'intérêt soutenu qu'il a accordé à la conduite de cette thèse.

Je remercie également Monsieur le Professeur TARDY, ancien Directeur de l'E.N.S.M., Monsieur VAUSSY et Monsieur GRAUX, Professeur au Centre des Hautes Etudes de la Construction et Membre de la Commission Fondations du Bureau Sécurité, qui m'ont fait l'honneur de participer au Jury.

J'exprime enfin toute ma gratitude à ceux qui, à titres divers, m'ont apporté leur soutien, en particulier mes collègues et le personnel technique ainsi que les personnes qui ont participé à la présentation de ce mémoire.

RESUME

Désirant étudier expérimentalement le fonçage des pieux à fréquence élevée, il nous a fallu d'abord réaliser un excitateur dont le fonctionnement électro-magnétique est basé sur le principe des électro-aimants. Le système excitateur-pieu étant schématisé par un ensemble de ressorts et de masses, la recherche des fréquences de résonance du système montre la bonne concordance entre les résultats obtenus par le calcul et ceux obtenus expérimentalement. Une série d'essais de fonçage réalisés dans un sol pulvérulent nous permet ensuite de proposer une relation empirique liant la vitesse de fonçage, la fiche, le poids du système et l'amplitude de la force de fonçage. Plutôt que de remplacer le frottement sec latéral par un frottement visqueux équivalent, nous avons essayé de calculer la valeur moyenne de ce frottement sec, moyennant des hypothèses simplificatrices. La comparaison de l'équation du mouvement moyen du pieu avec la relation empirique précédente, et une série d'essais complémentaires donnent tous les éléments pour préciser les variations des termes "constants" de la force de frottement latéral et de la force de pointe en fonction des paramètres et de la fiche.

BIBLIOGRAPHIE

- | 1 | BARKAN D.D. "Méthodes de vibration dans la construction"
Dunod 1963.
- | 2 | BERNARD P.K. "Fluidization phenomena in soils during vibro-compaction and vibro-pile-driving and pulling"
Hanover New Hampshire. Octobre 1967.
- | 3 | BERNARD P.K. "Pile-Soil-Interactions during Vibro-Pile-Driving"
Journal of Materials, Vol.3, N°1, Mars 1968.
- | 4 | BISCHOP R.E.D. and "The Mechanics of Vibration"
JOHNSON D.C. Cambridge at the University Press 1960.
- | 5 | COSTET J. et "Cours pratique de Mécanique des Sols"
SANGLERAT G. Dunod 1969.
- | 6 | FELDTKELLER "Bobines et transformateurs"
Dunod 1969.
- | 7 | LANDAU et "Mécanique des Fluides"
LIFCHITZ Editions de Moscou
- | 8 | PANET M. "Etude des fondations sur sable en modèles réduits"
Annales de l'I.T.B.T.P., n°291, Mars 1972.
- | 9 | PIRONNEAU Y. "Mécanique des Vibrations" E.N.S.M.
- | 10 | ROBINSKY E.I. and "Sand displacement and compaction around model friction
MORRISSON C.F. piles"
Canadian Géotechnical Journal, Vol.I, N°2, March 1964.
- | 11 | SCHMID W.E. "Driving Resistance and Bearing Capacity of Vibro-Driven Model piles"
ASTM STP444 1969.
- | 12 | VOLTERRA E. "Dynamics of Vibrations"
ZACHMANOGLU E.C. Chailes E. Merrill Bookes, Inc. Columbus, Ohio.

PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISES

A	coefficient expérimental (fonction de F)
B	" " (fonction de F et de M)
B _a	champ magnétique alternatif
B _c	" " continu
E	amplitude de la force d'excitation
F	" " de fonçage
$\mathcal{F}_\ell$	résultante des forces de frottement latéral
F _ℓ	terme "constant" de la résultante des forces de frottement latéral
F _p	" " " " de pointe
I _a	intensité du courant alternatif
I _c	" " continu
K	raideur du ressort
L	longueur du pieu
M	masse du système excitateur-pieu
N	fréquence d'excitation
R _a	réluctance du circuit alternatif
R _c	" " continu
X	fiche du pieu
X ₀	fiche initiale du pieu
$\dot{X}$	vitesse de fonçage
Y	amplitude des déplacements
a, b	coefficients expérimentaux
c	cohésion du sol
f	force
f _l	coefficient de frottement
f _ℓ	terme périodique de la résultante des forces de frottement latéral
g	accélération de la pesanteur

k	raideur du ressort
p	pression
s	périmètre du pieu
t	durée du fonçage
v	vitesse d'une section du pieu
α, β	coefficients expérimentaux
α_1, β_1	" " (fonction de M)
ε	coefficient de proportionnalité (entre Y et F)
η_1	pseudo-vibroviscosité
λ	coefficient de proportionnalité (entre p et x)
μ	masse du pieu
ρ	masse volumique
ϕ	angle de frottement interne du sol

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Chapitre 1 - ETUDE DU MATERIEL -

1.1 - PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DE L'EXCITATEUR

1.2 - DESCRIPTION DU MATERIEL UTILISE

1.2.1 - Excitateur

1.2.2 - Pieu

1.2.3 - Insonorisation

1.2.4 - Caractéristiques des chaînes d'alimentation et de mesures

1.3 - ETUDE DE LA SCHEMATISATION DU FONCTIONNEMENT MECANIQUE DE L'EXCITATEUR

1.3.1 - Mesures expérimentales - Balayages en fréquence

1.3.1.1 - Essai 1 : excitateur fixé sur un marbre

1.3.1.2 - Essai 2 : excitateur suspendu

1.3.2 - Schématisation de l'excitateur

1.3.2.1 - Première hypothèse : les tiges filetées jouent le rôle de ressort

1.3.2.1.1 - *Calcul de la raideur d'une tige filetée*

1.3.2.1.2 - *Schéma équivalent correspondant à l'essai 1*

1.3.2.1.3 - *Schéma équivalent correspondant à l'essai 2*

1.3.2.1.4 - *Résultats numériques - Conclusions*

1.3.2.2 - Deuxième hypothèse : les cornières et les tiges filetées forment un cadre indéformable

1.3.2.2.1 - *Schéma équivalent correspondant à l'essai 1*

1.3.2.2.2 - *Schéma équivalent correspondant à l'essai 2*

1.3.2.2.3 - *Résultats numériques - Conclusions*

1.3.2.2.4 - *Remarque*

1.4 - ETUDE DE LA SCHEMATISATION DU FONCTIONNEMENT MECANIQUE DU SYSTEME EXCITATEUR-PIEU

1.4.1 - Mesures expérimentales

1.4.1.1 - Balayages en fréquence

1.4.1.2 - Position des noeuds de vibration

1.4.2 - Schéma de fonctionnement du système exciteur-pieu

1.4.2.1 - Schématisation du pieu

1.4.2.1.1 - Première approximation : système à 2 degrés de liberté

1.4.2.1.2 - Système à 3 degrés de liberté

1.4.2.2 - Schéma du système exciteur-pieu

1.4.3 - Résultats numériques

1.4.3.1 - Fréquences de résonance

1.4.3.2 - Fréquences pour lesquelles l'amplitude F de la force appliquée au pieu est nulle

1.4.3.3 - Représentation des déformées du pieu à l'aide des vecteurs propres

Chapitre 2 - ETUDE EXPERIMENTALE DU FONCAGE -

2.1 - PRINCIPE ET REALISATION PRATIQUE DES ESSAIS DE FONCAGE

2.1.1 - Principe des essais

2.1.2 - Caractéristiques du sol et de la cuve

2.1.2.1 - Caractéristiques du sol

2.1.2.2 - Caractéristiques de la cuve

2.1.2.3 - Remplissage de la cuve

2.1.3 - Conditions expérimentales

2.1.3.1 - Guidage latéral

2.1.3.2 - Définition et mesure du poids apparent

2.1.3.3 - Fréquence optimum

2.1.4 - Essai de fonçage proprement dit

2.2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

2.2.1 - Constatations d'ordre général

2.2.1.1 - Influence du fractionnement de l'essai

2.2.1.2 - Dispersion des résultats

- 2.2.1.3 - Influence de l'amplitude de la force de fonçage
- 2.2.1.4 - Influence du poids
- 2.2.2 - Relation empirique entre la vitesse de fonçage et la fiche
- 2.2.3 - Etude des paramètres A et B
 - 2.2.3.1 - Etude du paramètre A
 - 2.2.3.2 - Etude du paramètre B
 - 2.2.3.2.1 - *Etude en fonction de F*
 - 2.2.3.2.2 - *Etude en fonction de M*
- 2.2.4 - Conclusions

Chapitre 3 - ESSAI D'INTERPRETATION -

3.1 - HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

- 3.1.1 - Sur la résultante des forces de frottement latéral
 - 3.1.1.1 - Hypothèses
 - 3.1.1.2 - Résultante des forces de frottement latéral
 - 3.1.1.2.1 - *Expression générale*
 - 3.1.1.2.2 - *Etude des différents cas possibles*
 - 3.1.1.2.3 - *Conclusions*
- 3.1.2 - Sur la résultante des forces de pointe

3.2 - ESSAI AU POINT FIXE

- 3.2.1 - Mode opératoire des essais au point fixe
- 3.2.2 - Résultats des essais au point fixe
- 3.2.3 - Essai d'interprétation

3.3 - EQUATION GENERALE DU MOUVEMENT

3.4 - EXPRESSION DE LA VITESSE - COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

- 3.4.1 - Expression de la vitesse
- 3.4.2 - Comparaison avec les résultats expérimentaux

3.5 - ETUDE DU CAS PARTICULIER $F_p = 0$

3.5.1 - Principe des essais

3.5.2 - Conditions expérimentales

3.5.2.1 - Joint

3.5.2.2 - Remplissage de la cuve

3.5.2.3 - Matériel expérimental

3.5.2.4 - Mesure du poids apparent du système
excitateur-pieu

3.5.3 - Résultats expérimentaux

3.5.3.1 - Proportionnalité entre poids et
vitesse

3.5.3.2 - Relation empirique $\eta_o = \eta_o(F)$

3.6 - VARIATION DE LA VIBROVISCOSITE

3.7 - ETUDE DE LA FORCE DE POINTE F_p

CONCLUSION

INTRODUCTION

Le fonçage par vibration s'obtient en appliquant une force alternative - suivant l'axe longitudinal - à l'élément (pieu, palplandre ...) que l'on veut ficher dans le sol. Le vibro-fonçage à basse fréquence (20 à 100 Hz) utilisé sur les chantiers, a fait l'objet de nombreuses études. Les amplitudes prises par l'élément et par le sol sont importantes, ce qui risque d'être préjudiciable à la stabilité des ouvrages situés à proximité du lieu de fonçage. Par contre, si la fréquence d'excitation est élevée, les amplitudes de vibration sont petites pour une amplitude d'accélération identique. En effet, l'amplitude de l'accélération est proportionnelle à l'amplitude des déplacements et au carré de la fréquence d'excitation. Ainsi, pour une amplitude des accélérations de 100 g, l'amplitude des déplacements est d'environ 6 cm à 20 Hz, 1 cm à 50 Hz et 6 μ à 2000 Hz.

Au départ, le pieu que nous voulions utiliser pour nos essais de fonçage était une barre en acier d'un mètre de longueur. Nous avons choisi d'étudier le vibro-fonçage à des fréquences voisines de 2000 Hz, valeur située entre la première fréquence propre ($\approx$ 2500 Hz) de cette barre dont les extrémités sont simultanément libres ou fixes, et la première fréquence propre ($\approx$ 1250 Hz) de cette même barre dont une extrémité est fixe et l'autre libre.

Cette fréquence élevée ne peut pas être obtenue à partir d'un moteur à balourds. Un excitateur basé sur le principe aimant-bobine ne semblait pas non plus convenir par suite de son poids élevé en regard de la force délivrée. Nous avons donc été amenés à réaliser un excitateur basé sur le principe des électro-aimants.

Le premier chapitre débute par l'exposé du fonctionnement électromagnétique de l'excitateur. La recherche des fréquences de résonance de l'excitateur dans des conditions différentes (excitateur au point fixe et excitateur suspendu) permet ensuite de proposer le schéma de fonctionnement mécanique de cet excitateur. En décomposant le pieu en une série de masses et de ressorts, on peut déterminer par le calcul les fréquences propres du système excitateur-pieu supposé non amorti. La recherche des fréquences de résonance de ce même système montre la bonne concordance entre les résultats obtenus par le calcul et ceux obtenus expérimentalement.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude expérimentale proprement dite du fonçage. De façon à simplifier le problème, le sol choisi est un sol pulvérulent (sable de Loire) et les seules variables sont le poids du système excitateur-pieu et l'amplitude F de la force de fonçage appliquée au sommet du pieu, - variables maintenues constantes au cours de chaque essai - On vérifie expérimentalement que la vitesse de fonçage croît avec le poids du système et avec l'amplitude de la force de fonçage. A partir de ces essais, nous proposons une relation empirique liant la vitesse de fonçage, la fiche, le poids du système et l'amplitude de la force de fonçage.

Le troisième chapitre est consacré à un essai d'interprétation des résultats expérimentaux. Nous poserons l'hypothèse simple du frottement latéral sec dû au mouvement relatif des grains de sable et du pieu, plutôt que de remplacer ce frottement par un frottement visqueux équivalent. Cette hypothèse nous a été donnée par le Professeur PIRONNEAU qui nous a aidés pour la mise en équation et conseillés pour les calculs dont les résultats concordent bien avec les résultats expérimentaux.

L'hypothèse d'une force de pointe constante avec la fiche, faite par analogie aux résultats obtenus en statique, permet d'écrire l'équation du mouvement moyen du pieu. La comparaison de cette équation avec la relation empirique obtenue au chapitre 2, et une série d'essais complémentaires nous donne tous les éléments nécessaires pour préciser les lois de variations de la vibroviscosité, de la partie "constante", de la force de frottement latéral et de la partie "constante" de la force de pointe en fonction des paramètres et de la fiche.

Chapitre 1

ETUDE DU MATERIEL

1.1 - PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DE L'EXCITATEUR -

Considérons le schéma représenté à la figure 1.1 :

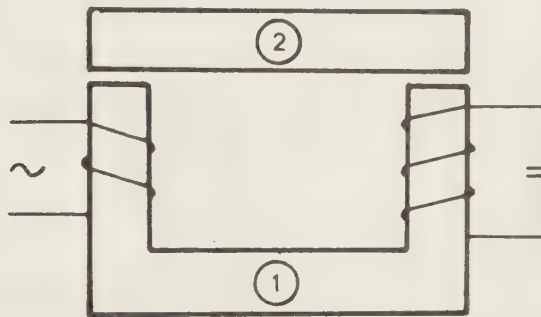


Fig. 1.1

Le système est composé de deux éléments en fer doux :

1) Un élément qui a la forme d'un "U" et sur lequel sont montées deux bobines :

- la première bobine est alimentée en courant continu et donne naissance à un champ magnétique constant B_c ,

- la deuxième bobine est alimentée en courant alternatif et donne naissance à un champ magnétique variable B_a de même période que le courant et dont le sens s'inverse avec celui du courant,

- à ces champs s'ajoute un champ magnétique induit B' fonction du coefficient de mutuelle induction des deux bobines.

2) Un élément droit ferme le circuit magnétique.

A un instant donné, le champ résultant dans le circuit sera :

$$B = B_c + B_a + B'$$

S'il existe un entrefer entre les éléments (1) et (2), il apparaît entre ces éléments une force d'attraction magnétique E_m :

$$E_m = \frac{B^2 S_t}{2\mu_0} \quad (1.1)$$

S_t est la section totale de l'entrefer

μ_0 est la perméabilité magnétique de l'air.

Considérons à présent le schéma représenté à la figure (1.2). Le nouveau système est formé de deux éléments identiques au précédent et montés symétriquement. Supposons que le montage des bobines soit tel que pendant la même demi-période les champs continus et alternatifs soient de même sens dans l'un des éléments et de sens opposé dans l'autre.

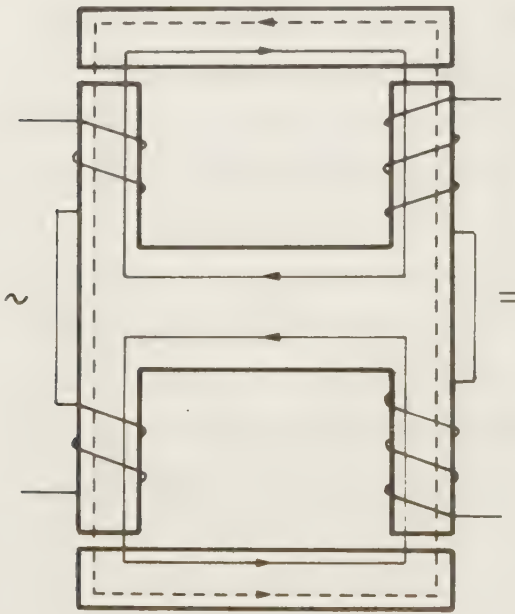


Fig. 1.2 a

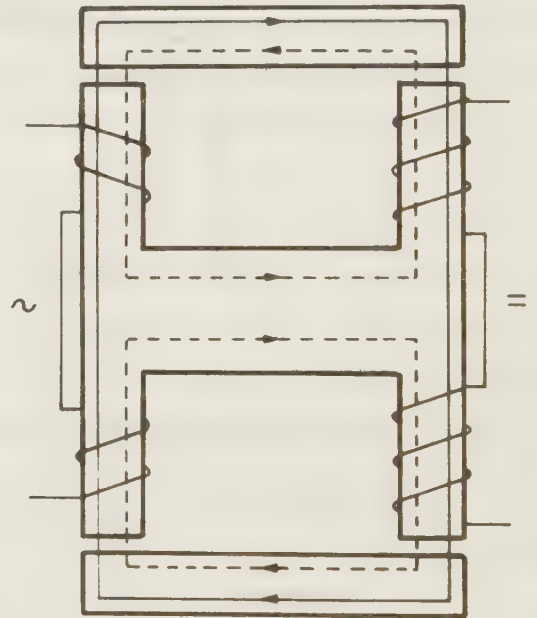


Fig. 1.2 b

Sur les deux exemples de montages représentés aux figures 1.2 a et 1.2 b, on remarque que les courants induits dans les bobines continues par le champ magnétique alternatif (représenté en traits interrompus sur les figures) ont même valeur mais sont de signes opposés. Le courant induit résultant est donc nul et par conséquent le champ magnétique également. Remarquons que les circuits magnétiques continus (en traits pleins sur la figure) et alternatifs sont permutés lorsqu'on passe d'un montage à l'autre. Nous reviendrons sur ce point à l'annexe A1.

Soit $\vec{E}_{1m}$ la force d'attraction de la partie centrale sur l'un des éléments rectilignes et $\vec{E}_{2m}$ la force d'attraction de la partie centrale sur l'autre élément (au même instant) :

$$E_{1m} = - \frac{S_t}{2\mu_o} (B_c - B_a)^2 \quad (1.2)$$

$$E_{2m} = + \frac{S_t}{2\mu_o} (B_c + B_a)^2 \quad (1.3)$$

La force résultante a pour expression :

$$E = \frac{4S}{\mu_o} B_c B_a \quad (1.4)$$

S désignant la section transversale du fer doux supposée constante le long des circuits magnétiques.

Cette relation donne la valeur de la force instantanée, efficace ou maximum suivant que B_a est exprimé en valeur instantanée, efficace ou maximum. La force résultante est alternative et a même période que le courant alternatif. Dans la suite, on ne considérera que les amplitudes des termes alternatifs.

Exprimons E en fonction des courants circulant dans les bobines.

Soit :

n_a le nombre de spires des bobines alimentées en courant alternatif

n_c le nombre de spires des bobines alimentées en courant continu

I_a l'intensité du courant alternatif

I_c l'intensité du courant continu

R_a la réluctance du circuit magnétique alternatif

R_c la réluctance du circuit magnétique continu

Le champ magnétique B créé par une bobine de n spires parcourue par un courant d'intensité I dans un circuit de réluctance R et de section S est donné par :

$$B = \frac{nI}{SR} \quad (1.5)$$

La force résultante E a donc pour expression :

$$E = \frac{4n_c n_a}{\mu_o R_c R_a S} I_c I_a \quad (1.6)$$

Pour un excitateur de dimensions géométriques données, E est proportionnel au produit du nombre de spires de chaque type de bobine et des intensités du courant continu et du courant alternatif. On a admis dans ce qui précède que les variations de l'entrefer sont négligeables devant celui-ci. Cette hypothèse sera justifiée plus loin.

1.2 - DESCRIPTION DU MATERIEL -

1.2.1 - Excitateur

1.2.1.1 - Le circuit magnétique est constitué par un empilement de tôles isolées les unes des autres par une couche de vernis de façon à diminuer l'échauffement dû aux courants de Foucault. On a utilisé des tôles de transformateur de qualité 260 pour lesquelles le coefficient de perméabilité μ est constant pour des champs magnétiques allant jusqu'à un Tesla environ ($\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ Henry/mètre).

La section de chaque entrefer est de 5 cm^2 .

Sur les deux éléments en U sont montées :

- latéralement quatre bobines de 75 spires chacune (fil de cuivre $\Phi 1,7 \text{ mm}$)
- au centre une bobine de 300 spires (fil de cuivre $\Phi 1,7 \text{ mm}$).

1.2.1.2 - Les deux éléments droits du circuit magnétique sont serrés par deux cornières reliées entre elles par deux tiges filetées (M 10).

Les deux éléments en U sont rendus solidaires entre eux par deux pièces montées sur les tiges filetées.

Le poids de l'excitateur est de 7,54 kg.

1.2.2 - Pieu

Le pieu est une barre pleine en acier étiré de 30 mm de diamètre. Les caractéristiques de l'acier sont les suivantes :

masse volumique : $7,82 \pm 0,03 \text{ g/cm}^3$

module d'élasticité : $(1,91 \pm 0,05) \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Pour des raisons d'encombrement sur lesquelles nous reviendrons plus loin, le pieu est composé de trois éléments se vissant les uns aux autres. Le premier élément de 0,95 m de longueur est muni d'un cône dont l'angle au sommet est de 120° . Les deux autres éléments ont une longueur de 1,00 m.

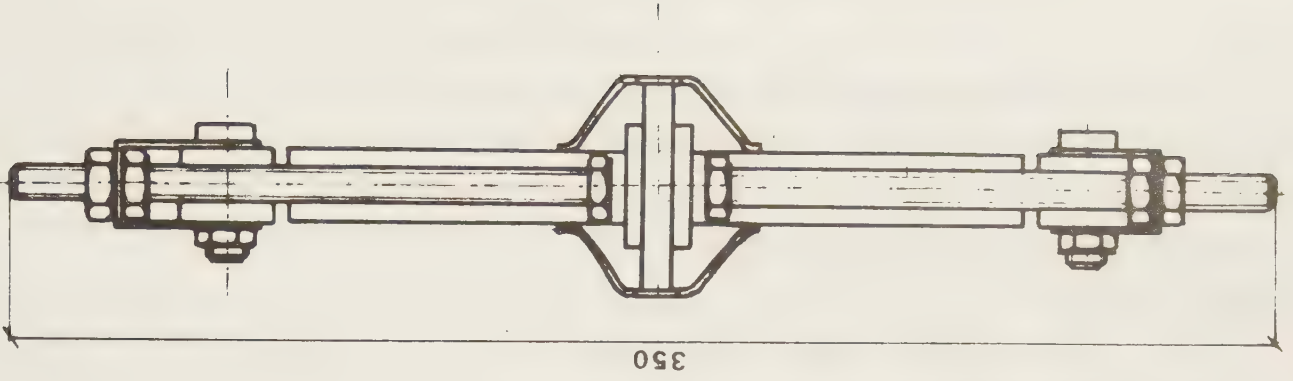
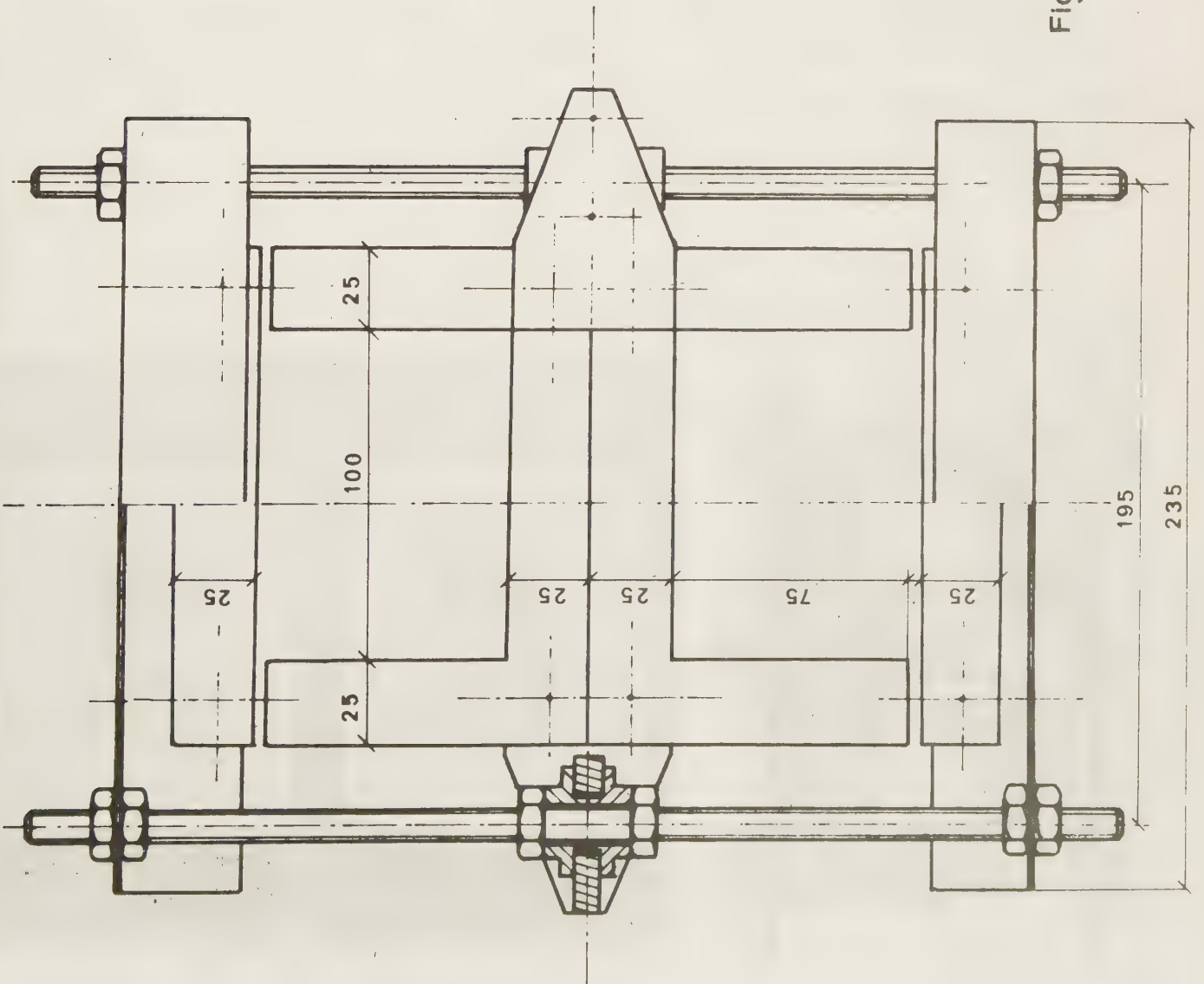


Fig. 1.3

Echelle : 1/2

Excitateur

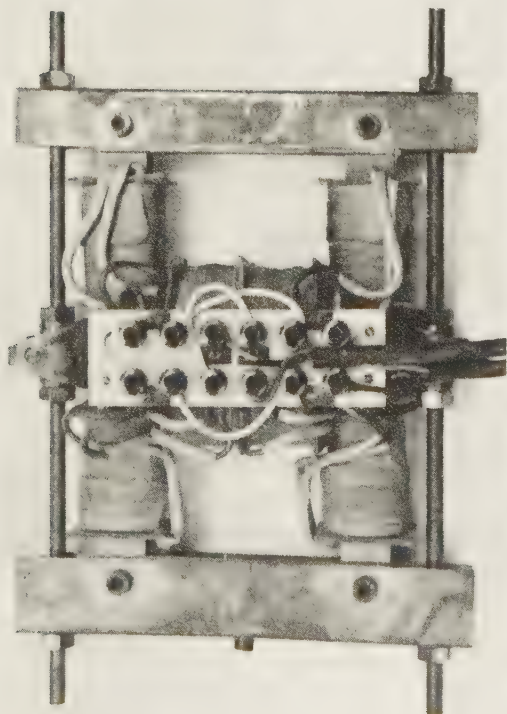


1.2.3 - Insonorisation

Le niveau sonore élevé (90 dB en fonctionnement moyen) nous a amené à étudier l'insonorisation de l'excitateur. L'annexe A2 consacrée à cette étude montre qu'en enfermant l'excitateur dans une boîte hermétique en bois latté de 20 cm d'épaisseur, garnie intérieurement de laine de verre, l'atténuation du niveau sonore est de 23 dB à 2000 Hz, ce qui ramène le bruit à un niveau acceptable dans un hall d'essais. Des amortisseurs en caoutchouc assurent la liaison entre l'excitateur et la boîte.

Le pieu est fixé à l'excitateur par l'intermédiaire d'un capteur de force et d'un manchon (cylindre métallique de 15 cm de longueur et de 30 mm de diamètre).

Le poids total de l'excitateur muni de sa caisse insonorisante, du manchon et du capteur est de 21,9 kg soit près de trois fois celui de l'excitateur seul. Ce poids élevé nécessitera l'utilisation de contre-poids lors des essais de fonçage, la liaison étant obtenue par des cordelettes en nylon et un émerillon.



Excitateur



Boîtier

1.2.4 - Caractéristiques des chaînes d'alimentation et de mesures

1.2.4.1 - Alimentation de l'excitateur

- Le courant continu est fourni par une alimentation stabilisée QUENTIN et Cie (AS 242) 0-32V 10A.

- Le courant alternatif est fourni par une source de puissance ELGAR (2 éléments 1001 délivrant ensemble 2000 VA) piloté par un générateur de fréquence ELGAR (401-V) 45Hz - 10KHz.

- Un condensateur SIC-SAFECO (0,5 μ F) monté en série dans le circuit alternatif est destiné à améliorer le déphasage entre courant et tension.

1.2.4.2 - Chaîne de mesures

- Un capteur de force piezo-électrique KISTLER (type 9331 $\pm$ 2000 daN) monté entre l'excitateur et le pieu mesure la force de fongage appliquée à ce dernier.

- Un capteur d'accélération piezo-électrique KISTLER (type 802B) monté à l'extrémité supérieure du pieu mesure l'accélération de la section extrême.

- Les charges électriques délivrées par ces deux capteurs sont amplifiées et transformées en potentiels électriques par deux amplificateurs de charges KISTLER (modèle 568).

- Deux voltmètres électroniques PHILIPS (GM 6012) mesurent la valeur efficace de ces potentiels.

- Les signaux délivrés par ces capteurs sont visualisés sur un oscilloscope TEKTRONIX (type 502A) à deux voies.

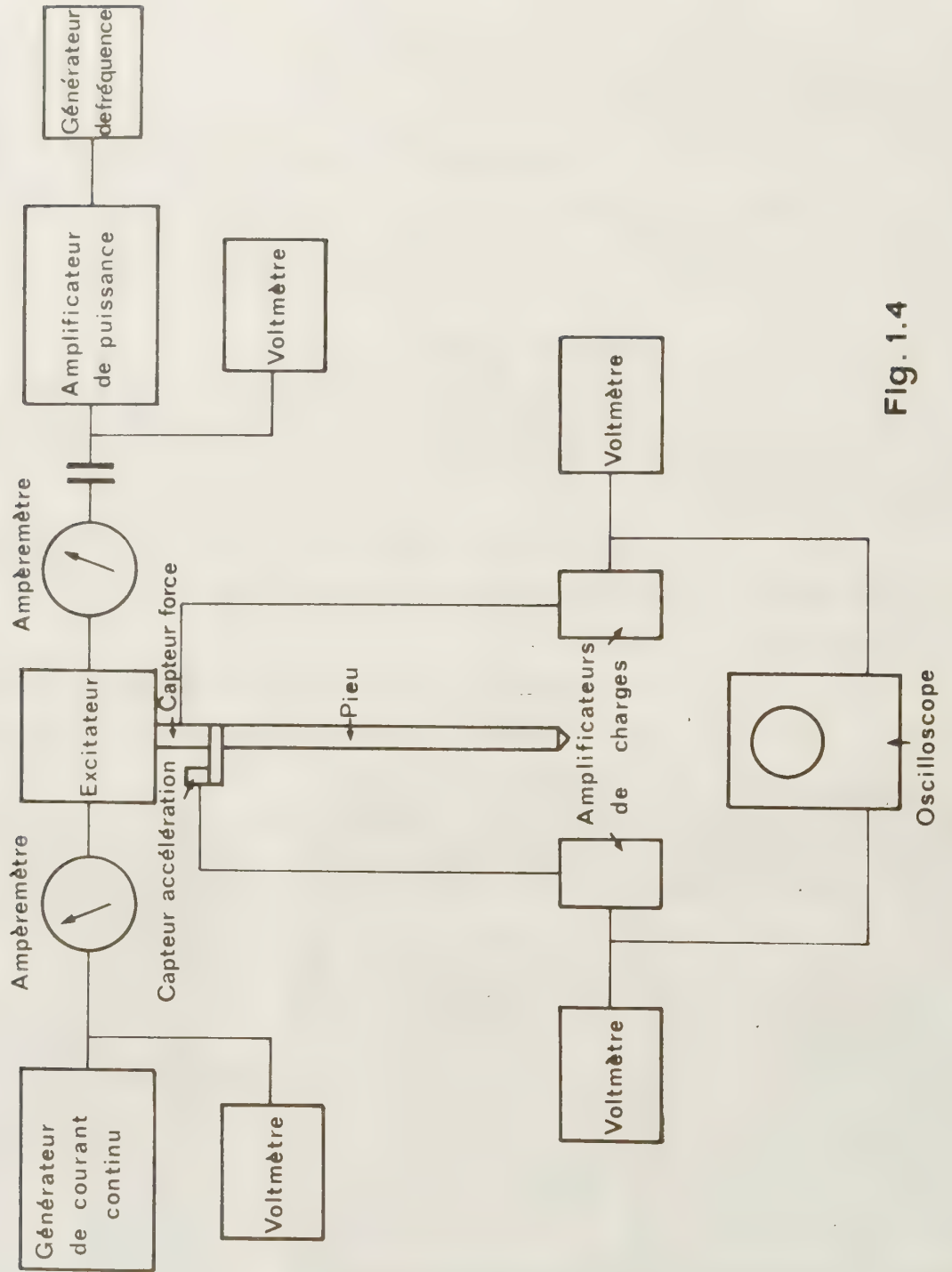


Fig. 1.4

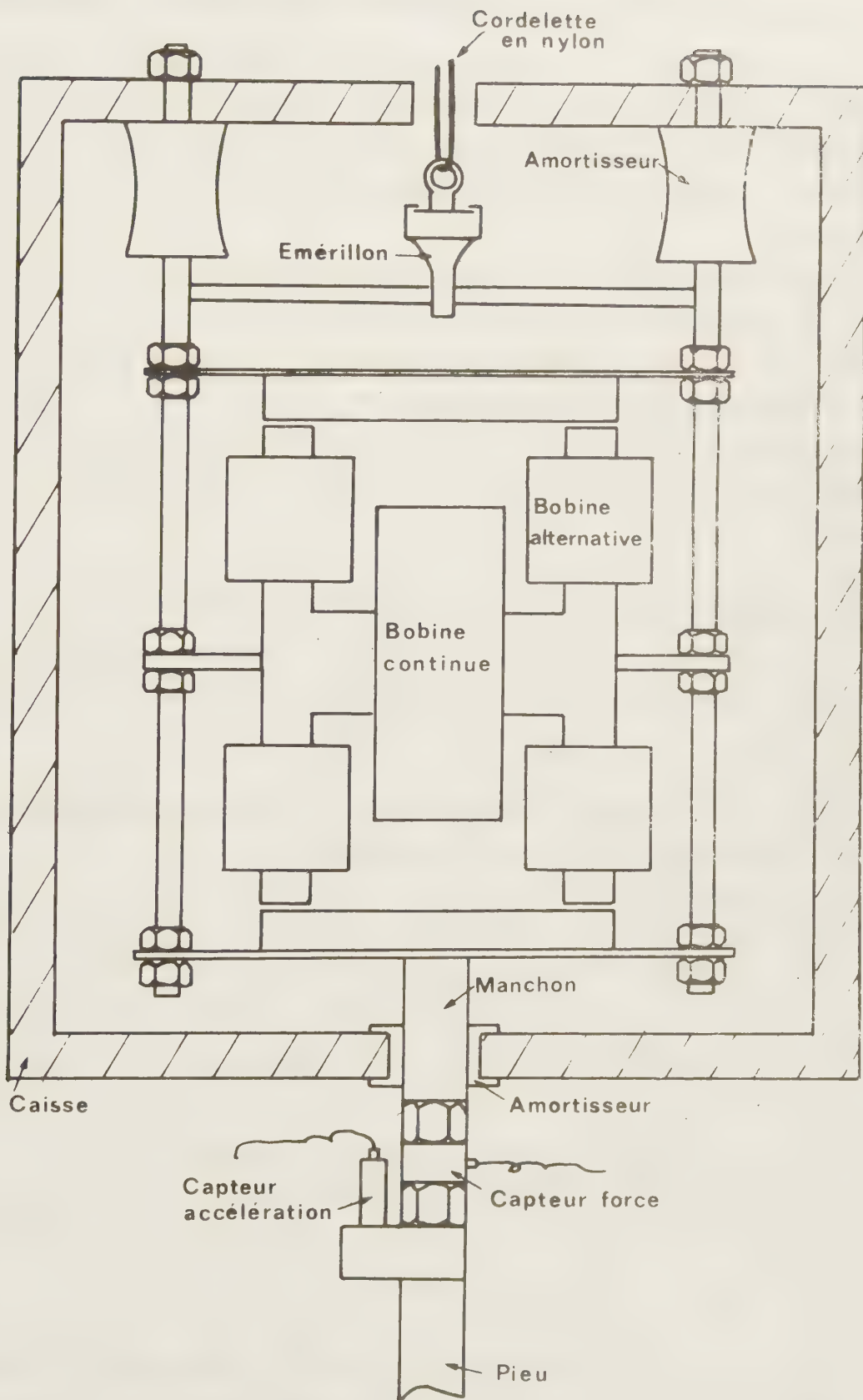


Fig. 1.5

1.3 - ETUDE DE LA SCHEMATISATION DU FONCTIONNEMENT MECANIQUE DE L'EXCITATEUR -

Le fonctionnement de l'excitateur seul, composé d'un grand nombre de pièces comme le montre la figure 1.3 est déjà relativement complexe. L'adjonction du matériel annexe : caisse insonorisante, amortisseurs, émerillon, manchon, capteurs ... contribue encore à augmenter la complexité de fonctionnement de l'excitateur.

La schématisation que nous nous proposons d'étudier ici a pour but de donner une image simple de l'excitateur complet (tel qu'il est représenté à la figure 1.5) au moyen de masses et de ressorts. De façon à simplifier l'étude, on supposera le système non amorti. Un certain nombre de mesures expérimentales permettront de choisir le schéma le mieux adapté, et de préciser numériquement les valeurs des masses et des raideurs des ressorts intervenant dans ce schéma.

1.3.1 - Mesures expérimentales - Balayages en fréquence

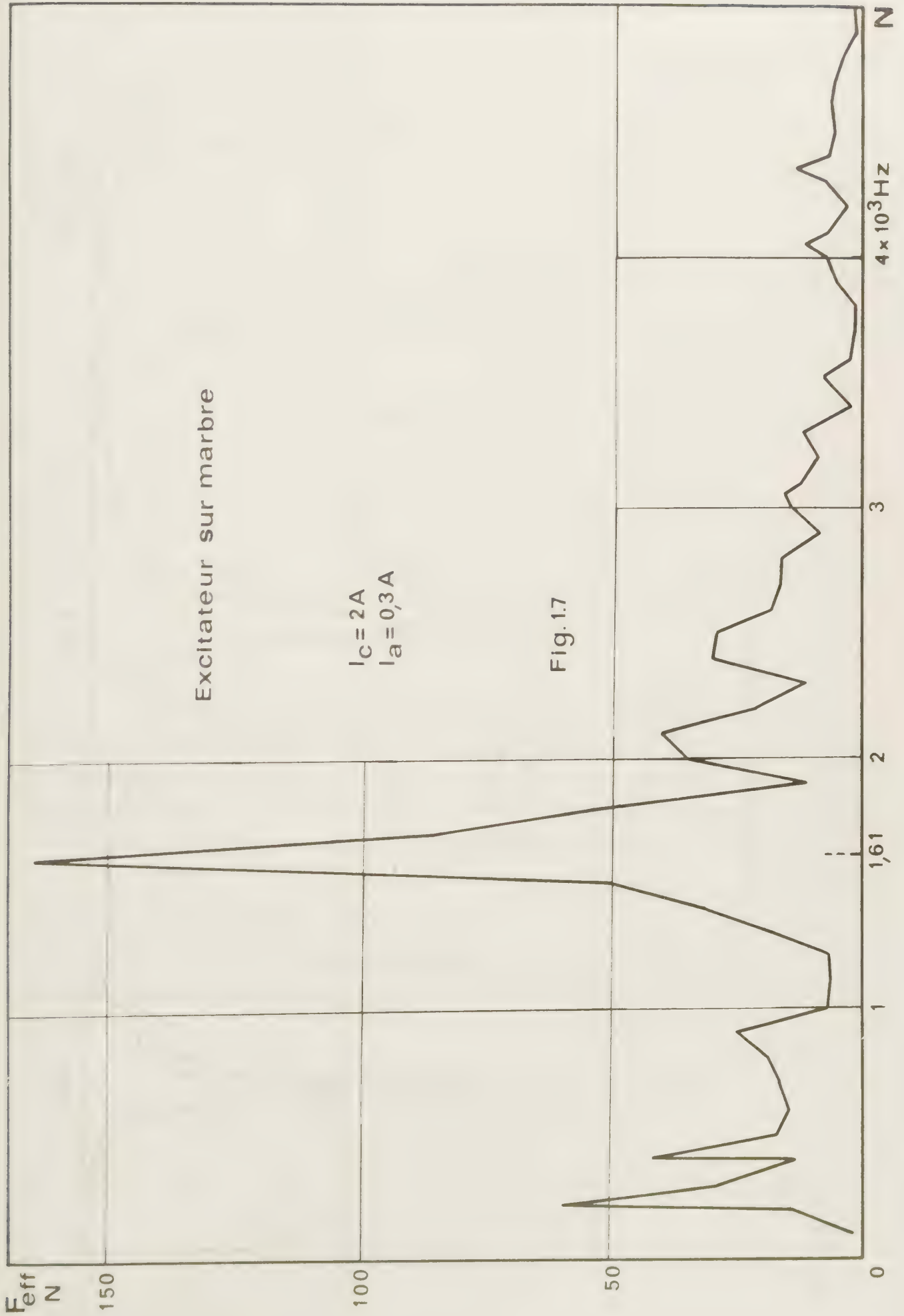
Nous avons réalisé deux balayages en fréquence dans des conditions différentes de façon à déterminer expérimentalement les fréquences de résonance de l'excitateur.

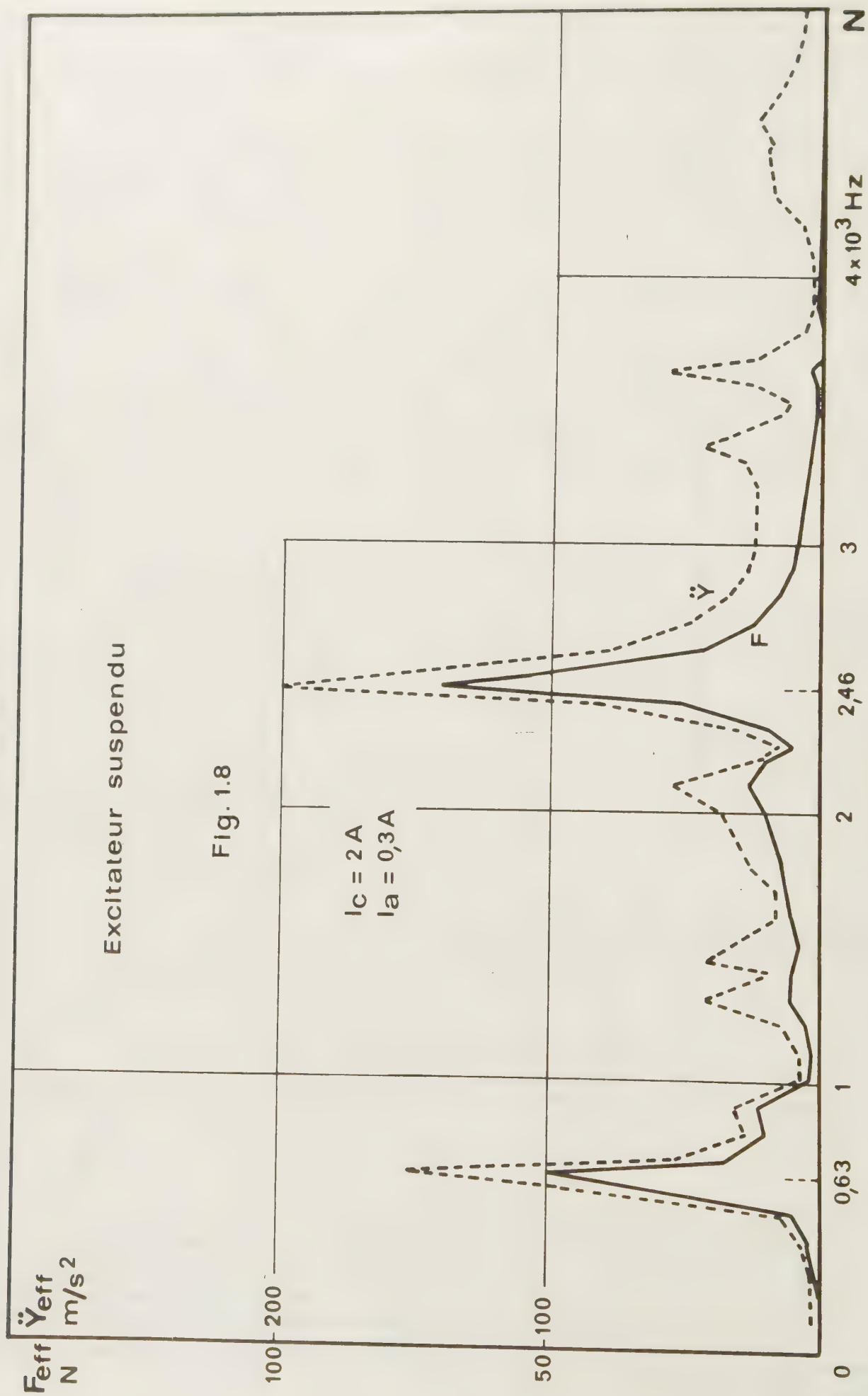
1.3.1.1 - Essai 1 : L'excitateur est fixé sur un marbre de masse élevée (de l'ordre d'une centaine de kilogrammes).



Fig. 1.6

Les valeurs de l'accélération données par le capteur d'accélération sont restées pratiquement nulles quelle que soit la fréquence : le marbre peut donc être considéré comme immobile avec une très bonne approximation, au moins pour des fréquences supérieures à 600 Hz.





A la figure 1.7, on ne trouvera donc que les valeurs de la force (mesurées par le capteur de force) en fonction de la fréquence. Cette courbe présente un maximum important pour 1610 Hz et deux autres maximums beaucoup moins importants pour 230 et 410 Hz. Nous montrerons dans la suite que pour un système non amorti, les maximums de la force sont obtenus pour les fréquences de résonance.

1.3.1.2 - Essai 2 : L'excitateur est suspendu par l'intermédiaire d'un fil en nylon relativement souple.



Fig. 1.9

Les courbes de la figure 1.8 représentent les valeurs données par les capteurs de force et d'accélération en fonction de la fréquence. Ces courbes présentent deux maximums importants : le premier pour 630 Hz et le second pour 2460 Hz. Pour simplifier, on admettra que l'influence de la suspension est négligeable au moins pour les fréquences supérieures à 1000 Hz.

1.3.2 - Schématisation de l'excitateur

1.3.2.1 - Première hypothèse : Les tiges filetées, liant la masse centrale M aux masses extrêmes supérieure m_1 et inférieure m_2 , jouent le rôle de ressort.

1.3.2.1.1 - Calcul de la raideur d'une tige filetée

Soit : ℓ : la longueur de la tige

S : la section de la tige

E : le module d'élasticité du matériau constituant la tige.

La raideur de chaque tige est alors donnée par :

$$k = \frac{E.S}{l} \quad (1.7)$$

1.3.2.1.2 - Schéma équivalent correspondant à l'essai 1

Le schéma équivalent est représenté à la figure 1.10.

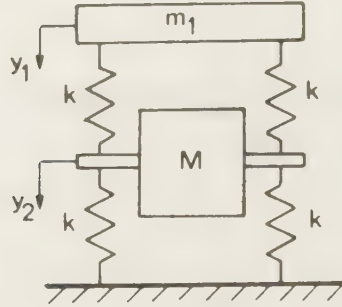


Fig. 1.10

y_1 et y_2 représentent respectivement les déplacements des masses m_1 et M autour de leurs positions d'équilibre. Les valeurs propres λ du système sont les valeurs de λ qui annulent le déterminant de la matrice A_1 .

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2k - \lambda m_1 & -2k \\ -2k & 4k - \lambda M \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Ce sont donc les solutions de l'équation :

$$\lambda^2 m_1 M - 2k\lambda (2m_1 + M) + 4k^2 = 0 \quad (1.9)$$

Soit N une fréquence propre du système. Elle est reliée à la valeur propre correspondante par :

$$N = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \quad (1.10)$$

Connaissant les masses m_1 et M et une fréquence propre, on peut donc calculer les raideurs k correspondantes par :

$$k = \lambda \frac{(2m_1 + M) \pm \sqrt{4m_1^2 + M^2}}{4} \quad (1.11)$$

Inversement, connaissant les masses m_1 et M et la raideur k , on peut calculer les fréquences propres correspondantes par :

$$\lambda = k \frac{(2m_1 + M) \pm \sqrt{4m_1^2 + M^2}}{m_1 M} \quad (1.12)$$

A partir de la fréquence de résonance expérimentale, on calcule les valeurs des raideurs et pour chacune des raideurs on calcule la deuxième fréquence de résonance. Les résultats numériques sont rassemblés au tableau 1.1.

Montrons à présent que les fréquences pour lesquelles l'amplitude de la force F est maximum sont effectivement des fréquences de résonance.

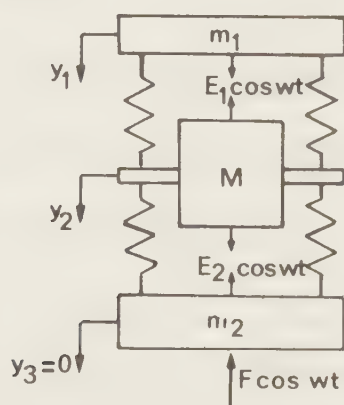


Fig. 1.11

L'équation fondamentale de la mécanique permet d'écrire :

$$F \cos \omega t = m_1 \ddot{y}_1 + M \ddot{y}_2 \quad (1.13)$$

En posant :

$$\begin{aligned} y_1 &= Y_1 \cos \omega t \\ y_2 &= Y_2 \cos \omega t \end{aligned} \quad (1.14)$$

L'équation précédente devient :

$$F = -\omega^2 (m_1 Y_1 + M Y_2) \quad (1.15)$$

Y_1 et Y_2 , amplitudes des déplacements des masses m_1 et M , sont les solutions du système d'équation écrit ci-dessous sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 2k - \omega^2 m_1 & -2k \\ -2k & 4k - \omega^2 M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_1 + E_2 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Or, pulsations propres et valeurs propres sont liées par :

$$\lambda = \omega^2 \quad (1.17)$$

On remarque donc que la matrice des coefficients de ce système d'équation est identique à la matrice A_1 précédente.

Ce système de deux équations à deux inconnues peut se résoudre par la méthode de Cramer :

$$Y_1 = \frac{E_1 (2k - \omega^2 M) + E_2 \cdot 2k}{D} \quad (1.18)$$

$$Y_2 = \frac{E_1 \cdot \omega^2 m_1 + E_2 (2k - \omega^2 m_1)}{D} \quad (1.19)$$

où D est le déterminant de la matrice des coefficients.

L'expression de l'amplitude de la force est donc :

$$F = - \frac{\omega^2}{D} [2km_1 (E_1 + E_2) + M E_2 (2k - \omega^2 m_1)] \quad (1.20)$$

Dénominateur et numérateur de cette expression n'ayant pas de racines communes, les maximums de F sont obtenus pour les valeurs de ω qui annulent le dénominateur, c'est-à-dire compte tenu de la remarque précédente, pour les fréquences propres.

Donc, les fréquences pour lesquelles l'amplitude de la force F est maximum sont effectivement des fréquences de résonance.

1.3.2.1.3 - Schéma équivalent correspondant à l'essai 2

Le schéma équivalent est représenté à la figure 1.12.

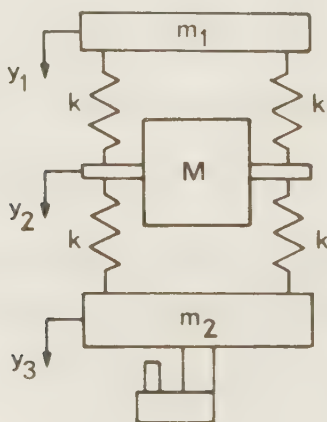


Fig. 1.12

y_1, y_2, y_3 représentent respectivement les déplacements des masses m_1, M et m_2 autour de leurs positions d'équilibre. Les valeurs propres λ du système sont les valeurs de λ qui annullent le déterminant de la matrice A_2 .

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2k - \lambda m_1 & -2k & 0 \\ -2k & 4k - \lambda M & -2k \\ 0 & -2k & 2k - \lambda m_2 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Ce sont donc les solutions de l'équation :

$$\lambda [\lambda^2 M m_1 m_2 - 2k\lambda (M(m_1 + m_2) + 2m_1 m_2) + 4k^2 (M + m_1 + m_2)] = 0 \quad (1.22)$$

Si N est une fréquence propre du système, elle est reliée à la valeur propre correspondante par :

$$N = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \quad (1.23)$$

On éliminera la fréquence propre nulle ($\lambda=0$) qui correspond au déplacement d'ensemble du système. Connaissant les masses m_1, m_2 et M et une fréquence propre, on peut calculer les raideurs k correspondantes par :

$$k = \lambda \frac{M(m_1 + m_2) + 2m_1 m_2 \pm \sqrt{M^2 (m_1 - m_2)^2 + 4m_1^2 m_2^2}}{4(M + m_1 + m_2)} \quad (1.24)$$

Inversement, connaissant les masses m_1, m_2, M et la raideur k , on peut calculer les fréquences propres par :

$$\lambda = k \frac{M(m_1 + m_2) + 2m_1 m_2 \pm \sqrt{M^2 (m_1 - m_2)^2 + 4m_1^2 m_2^2}}{M m_1 m_2} \quad (1.25)$$

A partir de la fréquence de résonance expérimentale, on calcule les valeurs des raideurs et pour chacune des raideurs on calcule la deuxième fréquence de résonance.

1.3.2.1.4 - Résultats numériques - conclusions

Les résultats sont rassemblés dans le tableau 1.1

ci-après :

	Données numériques	Raideurs calculées	Deuxième fréquence de résonance
Tige filetée	$l = 0,10 \text{ m}$ $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}$ $S = 0,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$k_1 = 1,57 \cdot 10^8 \text{ N/m}$	
Essai 1 : fréquence de résonance : 1610 Hz	$m_1 = 1,1 \text{ kg}$ $M = 5,4 \text{ kg}$	$k_2 = 3,44 \cdot 10^8 \text{ N/m}$ $k_3 = 0,45 \cdot 10^8 \text{ N/m}$	4440 Hz 580 Hz
Essai 2 : fréquence de résonance : 2460 Hz	$m_1 = 1,1 \text{ kg}$ $m_2 = 2,4 \text{ kg}$ $M = 5,4 \text{ kg}$	$k_4 = 2,22 \cdot 10^8 \text{ N/m}$ $k_5 = 1,03 \cdot 10^8 \text{ N/m}$	3600 Hz 1680 Hz

Tableau 1.1

* Première constatation : les cinq valeurs de k ainsi calculées sont essentiellement différentes les unes des autres. Le schéma utilisé ne peut se justifier que dans la mesure où l'on trouve une même valeur de k dans l'essai 1 et dans l'essai 2.

* Deuxième constatation : On peut retrouver sur les courbes de balayage des maximums obtenus pour des fréquences plus ou moins proches de celles consignées dans la colonne "deuxième fréquence de résonance". Mais il s'agit là de maximums peu importants par rapport aux maximums servant de point de départ aux calculs. L'existence de ces maximums "secondaires" ne suffit pas à justifier le schéma utilisé.

Remarquons que les maximums obtenus à 230 et 410 Hz lors du premier essai peuvent vraisemblablement être attribués au marbre sur lequel est fixé l'excitateur. Le maximum obtenu à 630 Hz dans le deuxième essai est imputable à la suspension de l'excitateur : nous retrouverons ce maximum plus ou moins décalé lors d'essais ultérieurs (balayages en fréquence de l'excitateur suspendu muni de pieux de différentes longueurs).

En fait, la première constatation seule suffit à rejeter le schéma utilisé, et donc l'hypothèse des tiges filetées jouant le rôle de ressorts.

1.3.2.2 - Deuxième hypothèse

Il existe un cadre indéformable de masse m formé par les tiges filetées et par les cornières assurant le maintien des tôles rectilignes du

circuit magnétique. L'excitateur peut être schématisé comme suit : (fig. 1.13)

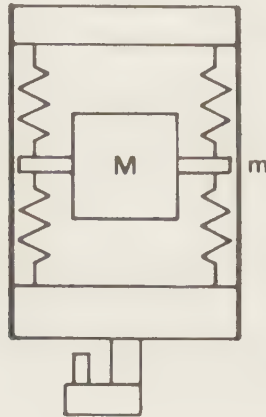


Fig. 1.13

Ce schéma est lui-même équivalent au schéma suivant : (fig. 1.14)

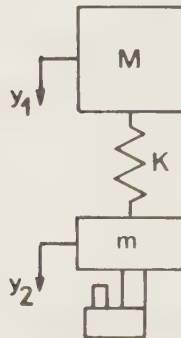


Fig. 1.14

1.3.2.2.1 - Schéma équivalent correspondant à l'essai 1

Le schéma équivalent est représenté à la figure 1.15.



Fig. 1.15

La raideur K du ressort équivalent est liée à la fréquence propre N par :

$$K = 4\pi^2 N^2 M \quad (1.26)$$

Les résultats numériques sont rassemblés dans le tableau 1.2.

1.3.2.2.2 - Schéma équivalent correspondant à l'essai 2

Le schéma équivalent est représenté à la figure (1.14). Les valeurs propres du système sont les valeurs de λ qui annulent le déterminant de la matrice A_3 .

$$A_3 = \begin{bmatrix} K - \lambda M & -K \\ -K & K - \lambda m \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Ce sont donc les solutions de l'équation :

$$\lambda [\lambda M m - K(M+m)] = 0 \quad (1.28)$$

En éliminant la solution $\lambda = 0$ correspondant au mouvement d'ensemble, on peut exprimer la valeur de la raideur K du ressort en fonction de la fréquence :

$$K = 4\pi^2 N^2 \frac{M \cdot m}{M+m} \quad (1.29)$$

Les résultats numériques sont rassemblés dans le tableau 1.2.

1.3.2.2.3 - Résultats numériques - conclusion

Les résultats sont rassemblés dans le tableau 1.2 ci-dessous.

	Données numériques	Raideurs calculées
Essai 1 : fréquence de résonance : 1610 Hz	M = 5,2 kg	$K_1 = 5,32 \cdot 10^8 \text{ N/m}$
Essai 2 : fréquence de résonance : 2460 Hz	M = 5,2 kg m = 3,7 kg	$K_2 = 5,16 \cdot 10^8 \text{ N/m}$

Tableau 1.2

K_1 et K_2 ont des valeurs voisines, l'écart étant de 3,1 %. On peut donc considérer le schéma comme satisfaisant. Remarquons que la masse m n'est pas parfaitement connue : il est vraisemblable qu'une partie au moins des amortisseurs reliant la caisse insonorisante à l'excitateur participe au mouvement du cadre rigide. On peut ajuster la valeur de m de telle sorte que la raideur K soit la même pour les deux essais. Des relations (1.26) et (1.29), on déduit :

$$m = \frac{M}{\frac{N_2^2}{N_1^2} - 1} \quad (1.30)$$

N_1 désigne la fréquence propre de l'essai 1

N_2 désigne la fréquence propre de l'essai 2.

L'application numérique donne : $m = 3,9$ kg soit un écart de 5,3 % avec la valeur initiale.

Dans la suite, nous conserverons donc ce schéma de fonctionnement de l'excitateur avec les valeurs numériques suivantes :

$$M = 5,2 \text{ kg}$$

$$m = 3,9 \text{ kg}$$

$$K = 5,3 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

1.3.2.2.4 - Remarque

Dans tout ce qui précède, on n'a pas tenu compte de la présence de la caisse insonorisante fixée au cadre de l'excitateur par deux amortisseurs en caoutchouc. La raideur totale k de ces deux amortisseurs est de l'ordre de $6 \cdot 10^4$ N/m soit environ 10 000 fois plus faible que celle du ressort équivalent de l'excitateur. Montrons que malgré la masse importante de la caisse insonorisante ($m_3 = 12,8$ kg) les termes introduits sont négligeables devant ceux dus à l'excitateur.

Le système peut être schématisé comme suit : (fig. 1.16)

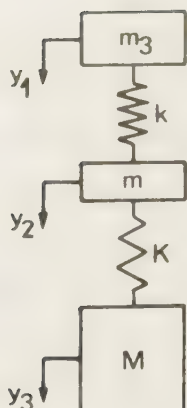


Fig. 1.16

Les valeurs propres λ du système sont les valeurs de λ qui annullent le déterminant de la matrice A_4 .

$$A_4 = \begin{bmatrix} k - \lambda m_3 & -k & 0 \\ -k & k + K - \lambda m & -K \\ 0 & -K & K - \lambda M \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Ce sont donc les racines de l'équation : (en éliminant la solution $\lambda = 0$)

$$\lambda^2 m_3 m M - \lambda [k M (m_3 + m) + K m_3 (m + M)] + k M (m_3 + m + M) = 0 \quad (1.32)$$

C'est une équation de la forme : $a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ (1.33)

L'application numérique montre que : $kM(m_3 + m)$ est négligeable devant $Km_3(m + M)$ et que d'autre part, le produit $4ac$ est négligeable devant b^2 .

Les solutions de l'équation (1.32) se réduisent à une racine double.

$$\lambda = K \frac{m + M}{mM} \quad (1.34)$$

Cette solution est identique à celle obtenue au § 1.3.2.2.2 où nous avons étudié l'excitateur sans tenir compte de la caisse insonorisante ; c'est ce dernier schéma que nous utiliserons par la suite, l'erreur commise étant inférieure à 0,1 %.

1.4 - ETUDE DE LA SCHEMATISATION DU FONCTIONNEMENT MECANIQUE DU SYSTEME EXCITATEUR - PIEU -

Le but de la schématisation que nous nous proposons d'étudier à présent est de donner une image simple du système excitateur - pieu. En ce qui concerne l'excitateur, on utilisera le schéma déterminé précédemment. Quant au pieu, il sera remplacé par un ensemble de masses et de ressorts convenablement choisis. Pour simplifier, on supposera le système non amorti.

L'étude se décompose en trois parties :

- * les essais expérimentaux comprenant :
 - les balayages en fréquence de façon à déterminer les fréquences de résonance
 - la recherche de la position des noeuds de vibration le long du pieu.
- * la schématisation du système excitateur - pieu.
- * la comparaison entre les résultats obtenus expérimentalement et ceux obtenus à l'aide des schémas.

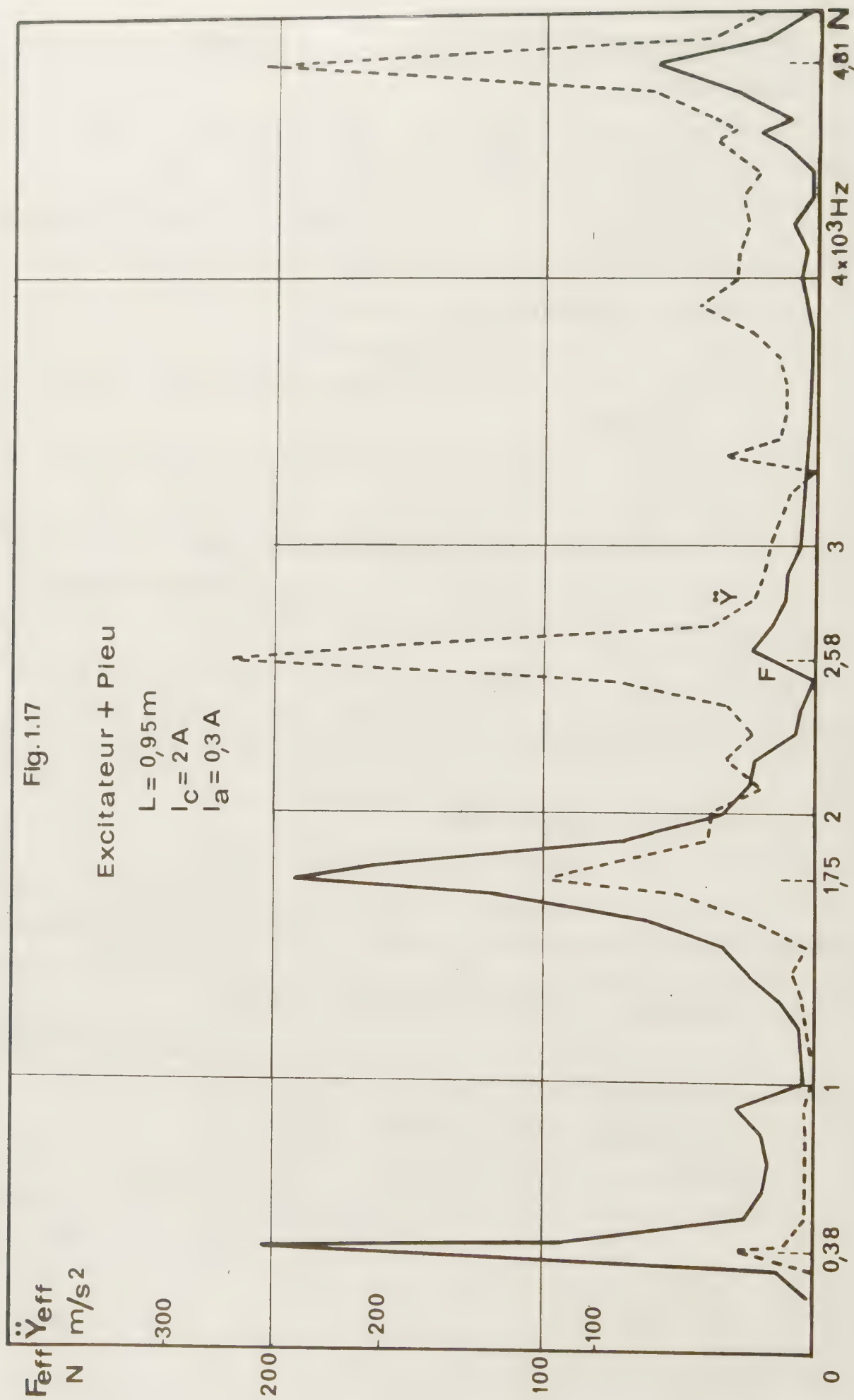
Nous verrons au chapitre 2 consacré aux essais de fonçage que des impératifs matériels nous ont amené à utiliser trois longueurs de pieux :
L = 0,95 m, 1,95 m, 2,95 m. L'étude sera faite dans chacun des cas.

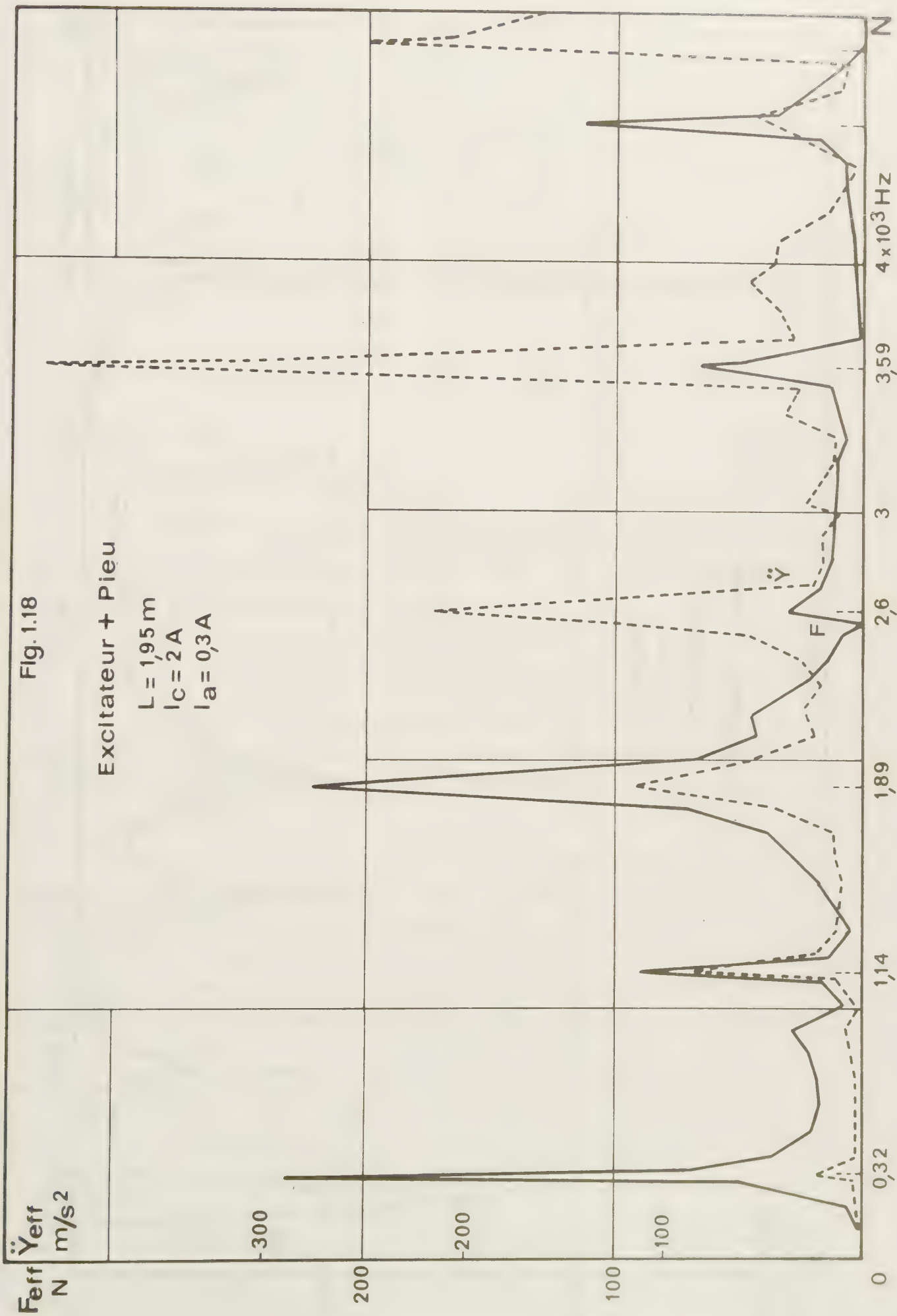
1.4.1 - Mesures expérimentales

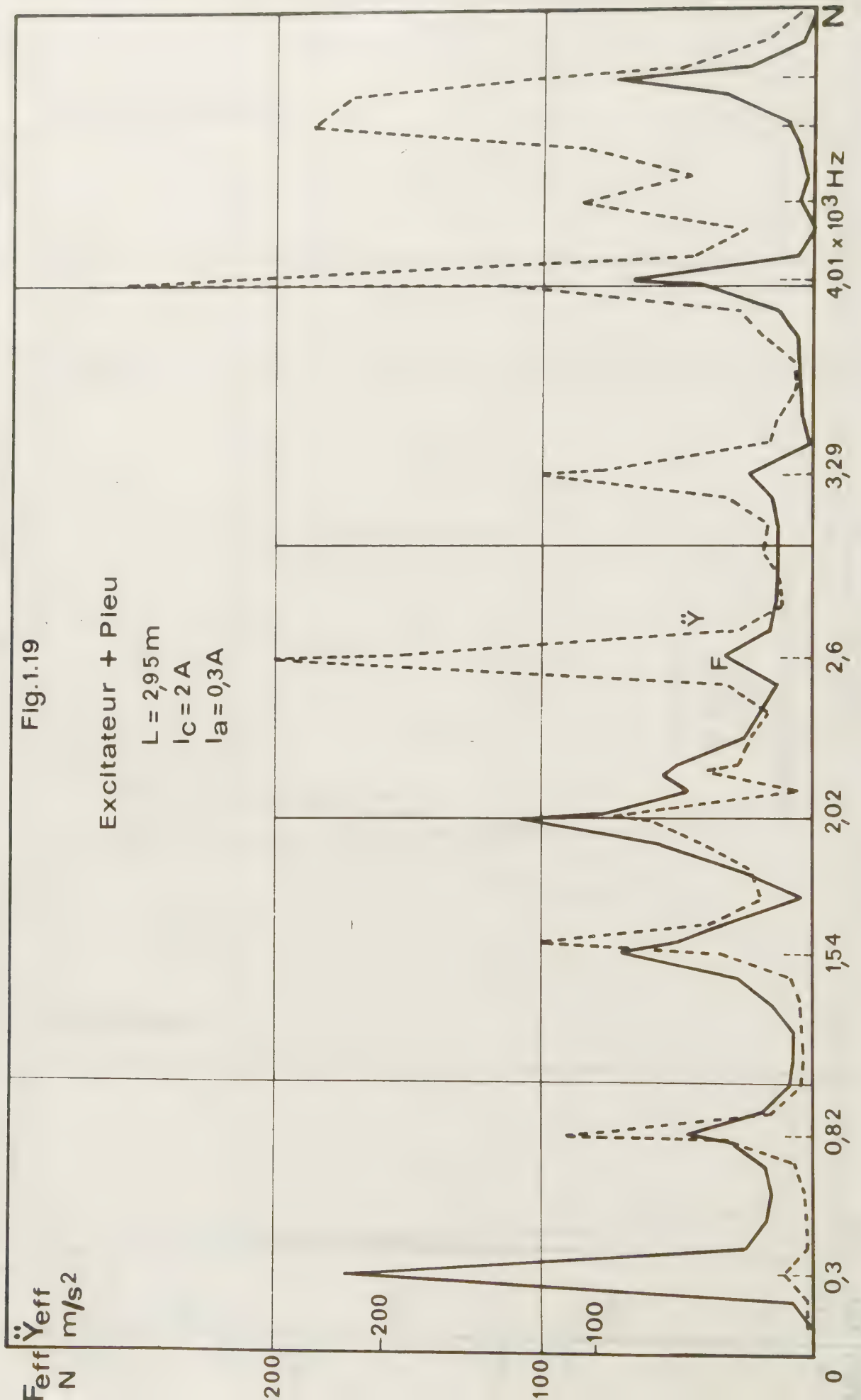
1.4.1.1 - Balayages en fréquence

Le système excitateur - pieu est suspendu par un fil de nylon comme lors de l'étude de l'excitateur. Un capteur de force placé entre l'excitateur et le pieu mesure la force appliquée au sommet du pieu. Un capteur d'accélération mesure l'accélération au sommet du pieu.

Les courbes de balayage relatives aux trois longueurs de pieu sont représentées sur les figures 1.17, 1.18, et 1.19. Les fréquences de résonance sont rassemblées dans le tableau 1.3 suivant :







L = 0,95	L = 1,95	L = 2,95
380 Hz	320 Hz	300 Hz
1750	1140	820
2580	1890	1540
	2600	2020
4810	3590	2600
	4560	3290
	4880	4010
		4300
		4600

Tableau 1.3

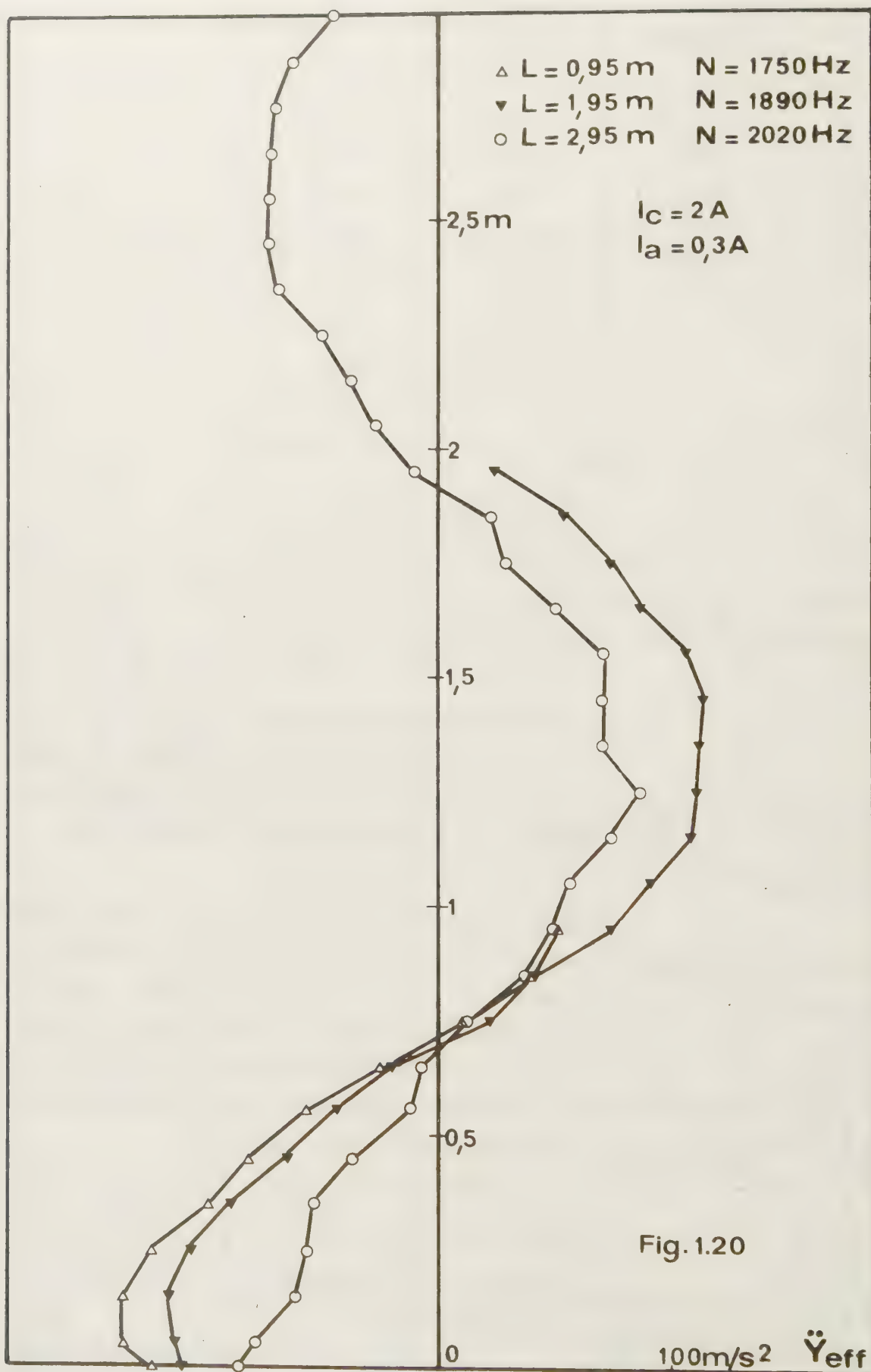
La première fréquence de résonance relativement basse dans chacun des cas (respectivement 380 Hz, 320 Hz, 300 Hz) est vraisemblablement imputable à la suspension du système.

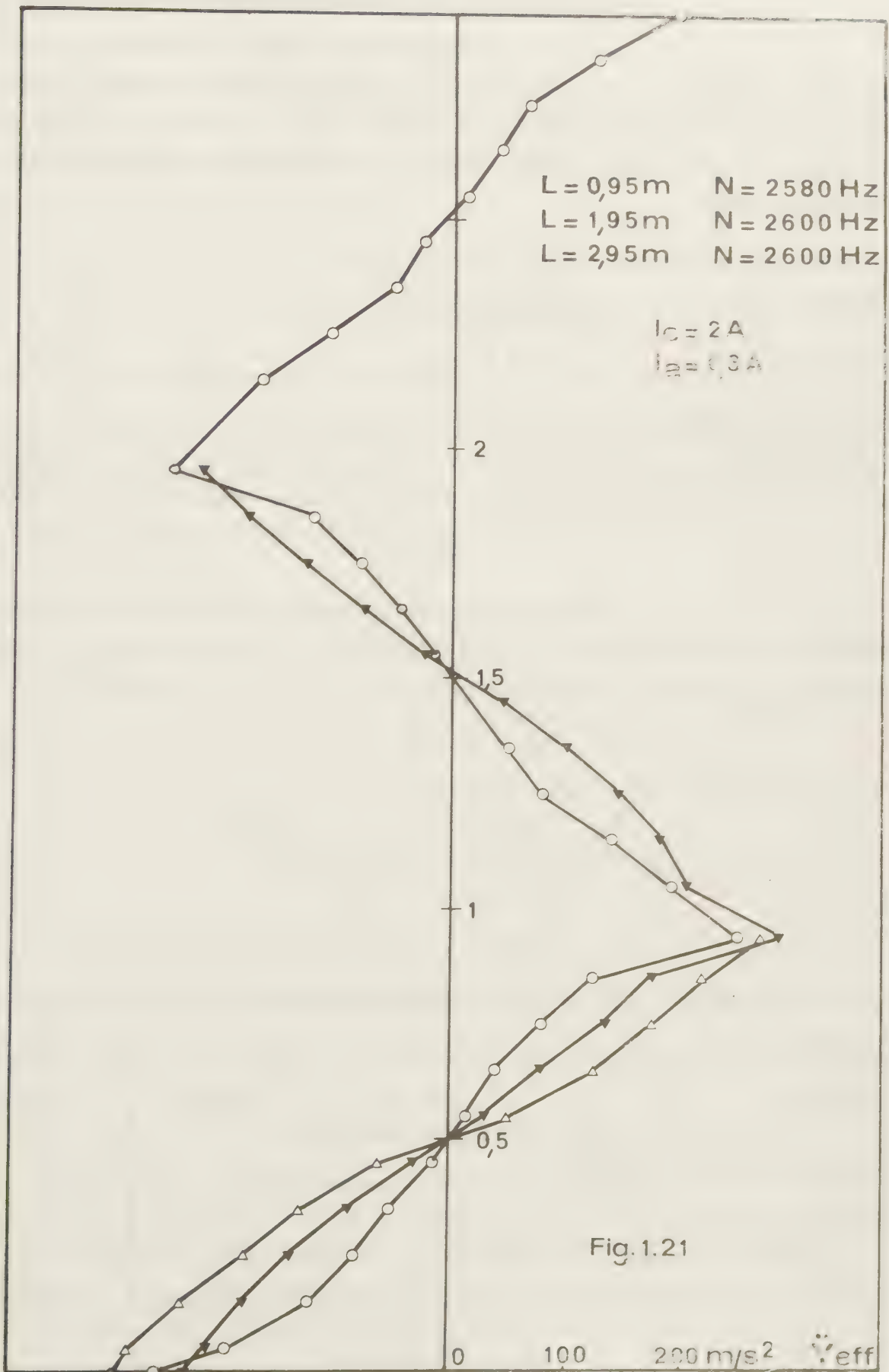
1.4.1.2 - Position des noeuds de vibration

Le système excitateur pieu étant placé dans les mêmes conditions que précédemment, nous avons relevé les valeurs de l'accélération en un certain nombre de points du pieu. L'opération a été effectuée pour les trois longueurs de pieux.

L'analyse des courbes de balayage montre qu'en faisant abstraction de la première fréquence propre, le maximum le plus important de l'amplitude de la force est obtenu respectivement pour $N = 1750$ Hz, 1890 Hz et 2020 Hz qui correspondent aux fréquences utilisées lors des essais de fonçage. Les résultats des mesures d'accélération effectuées respectivement à ces fréquences sont donnés sous forme de courbes à la figure 1.20. On trouvera dans le tableau ci-dessous la position des noeuds dans chaque cas.

Longueur du pieu	0,95 m	1,95 m	2,95 m
Fréquence	1750 Hz	1890 Hz	2020 Hz
Nombre de noeuds	1	1	2
Position des noeuds	0,70 m	0,70 m	0,70m et 1,90m





Les distances sont mesurées à partir de la pointe du pieu.

Des mesures d'accélération, dont les résultats sont donnés sous forme de courbes à la figure 1.21, ont également été effectuées respectivement à 2580 Hz, 2610 Hz et 2600 Hz. On trouvera dans le tableau 1.4 ci-dessous la position des noeuds dans chaque cas. Les distances sont mesurées à partir de la pointe du pieu.

Longueur du pieu	0,95 m	1,95 m	2,95 m
Fréquence	2580 Hz	2600 Hz	2600 Hz
Nombre de noeuds	1	2	3
Position des noeuds	0,50 m	0,50m et 1,50m	0,50m,1,50m,2,50m

Tableau 1.4

Remarquons que ces fréquences sont très voisines des fréquences propres du pieu seul. On peut calculer la fréquence propre d'ordre n d'une barre rectiligne de section constante, libre aux deux extrémités par :

$$N_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.35)$$

E : module d'élasticité de la barre

ρ : masse volumique du matériau

L : longueur de la barre

Les résultats sont donnés au tableau 1.5 ci-dessous :

Longueur du pieu	0,95 m	1,95 m	2,95 m
Fréquence	2580 Hz	2600 Hz	2600 Hz
Ordre de la fréquence propre	1	2	3
Fréquence propre	2600	2534	2514
Ecart	< 1 %	2,6 %	3,4 %

Tableau 1.5

1.4.2 - Schéma de fonctionnement du système excitateur - pieu

1.4.2.1 - Schématisation du pieu

1.4.2.1.1 - Première approximation : système à 2 degrés de liberté

Le pieu constitue un milieu continu. On peut le schématiser en première approximation par un système discret composé de deux masses égales et d'un ressort (figure 1.22).



Fig. 1.22

Mais, on ne peut pas respecter en même temps la masse, la raideur et la fréquence propre. Supposons que la masse μ et la première fréquence propre soient identiques dans le cas du schéma et dans le cas réel. La raideur dans le cas de la barre schématisée est donnée par :

$$k = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\mu}{L^2} \cdot \frac{E}{\rho} \quad (1.36)$$

L : longueur de la barre

E : module d'élasticité du matériau constituant la barre

ρ : masse volumique du matériau constituant la barre.

Dans le cas de la barre réelle, la raideur est donnée par :

$$k_r = \frac{\mu}{L^2} \cdot \frac{E}{\rho} \quad (1.37)$$

Les deux raideurs sont donc dans le rapport :

$$\frac{k}{k_r} = \frac{\pi^2}{4} = 2,47 \quad (1.38)$$

ce qui constitue un écart important.

Indépendamment de cela, remarquons que la fréquence de résonance obtenue expérimentalement pour le système excitateur - pieu ($L = 2,95m$) à 2020 Hz est la troisième fréquence de résonance. En utilisant le schéma précédemment associé au schéma de l'excitateur, on obtient un système n'ayant que deux fréquences propres. Nous sommes donc amenés à considérer pour le pieu un schéma comportant trois masses et deux ressorts.

1.4.2.1.2 - Système à 3 degrés de liberté

On schématise le pieu de la façon suivante :

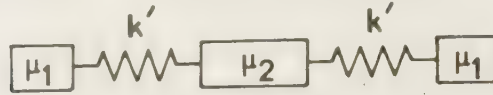


Fig. 1.23

Le problème consiste à déterminer les masses μ_1 et μ_2 et la raideur k' en fonction de la masse μ du pieu et de la raideur k du schéma précédent en respectant les conditions suivantes :

- la somme des masses doit être égale à la masse du pieu :

$$2\mu_1 + \mu_2 = \mu \quad (1.39)$$

- la première fréquence propre doit être identique à celle du pieu réel. On doit donc avoir pour la première valeur propre :

$$\lambda_1 = \frac{4k}{\mu} \quad (1.40)$$

- la deuxième fréquence propre du pieu considéré comme un milieu continu est égale à deux fois la première fréquence propre. Pour le système discret équivalent, la deuxième valeur propre doit donc être égale à quatre fois la première valeur propre :

$$\lambda_2 = 4 \lambda_1$$

Les valeurs propres λ_1 et λ_2 sont les solutions qui annulent le déterminant de la matrice A_5 :

$$A_5 = \begin{bmatrix} k' - \lambda\mu_1 & -k' & 0 \\ -k' & 2k' - \lambda\mu_2 & -k' \\ 0 & -k' & k' - \lambda\mu_1 \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

Les solutions sont :

$$\lambda_1 = \frac{k'}{\mu_1} \quad \lambda_2 = \frac{k'(2\mu_1 + \mu_2)}{\mu_1\mu_2} \quad (1.42)$$

En écrivant les trois conditions exposées précédemment, on obtient :

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{3\mu}{8} \\ \mu_2 = \frac{\mu}{4} \\ k' = \frac{3k}{2} \end{cases} \quad (1.43)$$

1.4.2.2 - Schéma du système excitateur - pieu

Le schéma du système excitateur - pieu est représenté à la figure : 1.24

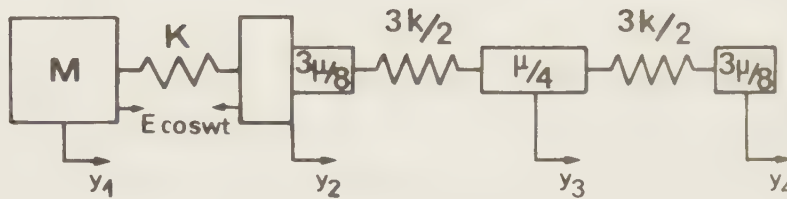


Fig. 1.24

Déterminons y_1, y_2, y_3, y_4 en fonction de M, m, μ, K, k, E et de la fréquence d'excitation N . Il suffit de faire le bilan des forces appliquées à chaque élément. On obtient ainsi un système de quatre équations à quatre inconnues :

$$\begin{cases} M\ddot{y}_1 = K(y_2 - y_1) + E \cos \omega t \\ (m + \frac{3\mu}{8}) \ddot{y}_2 = -K(y_2 - y_1) + \frac{3k}{2} (y_3 - y_2) - E \cos \omega t \\ \frac{\mu}{4} \ddot{y}_3 = -\frac{3k}{2} (y_3 - y_2) + \frac{3k}{2} (y_4 - y_3) \\ \frac{3\mu}{8} \ddot{y}_4 = -\frac{3k}{2} (y_4 - y_3) \end{cases} \quad (1.44)$$

Posons :

$$\begin{cases} y_1 = Y_1 \cos \omega t \\ y_2 = Y_2 \cos \omega t \\ y_3 = Y_3 \cos \omega t \\ y_4 = Y_4 \cos \omega t \end{cases} \quad (1.45)$$

et écrivons le système sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} K - \omega^2 M & -K & 0 & 0 \\ -K & K + \frac{3k}{2} - (m + \frac{3\mu}{8}) \omega^2 & -\frac{3k}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{3k}{2} & 3k - \omega^2 \frac{2\mu}{4} & -\frac{3k}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{3k}{2} & \frac{3k}{2} - \omega^2 \frac{3\mu}{8} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ -E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

Il est commode de poser :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \text{ avec } \omega_1^2 = \frac{K}{M} \\ r_2 = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \text{ avec } \omega_2^2 = \frac{K}{m} \\ r_4 = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_4^2} \text{ avec } \omega_4^2 = \frac{4k}{\mu} \\ r_5 = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_5^2} \text{ avec } \omega_5^2 = \frac{12k}{\mu} \end{array} \right. \quad (1.47)$$

Le système s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} K r_1 & -K & 0 & 0 \\ -K & K r_2 + \frac{3k}{2} r_4 & -\frac{3k}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{3k}{2} & 3k r_5 & -\frac{3k}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{3k}{2} & \frac{3k}{2} r_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ -E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Le système peut se résoudre par la méthode de Cramer ;
les solutions s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_1 = \frac{E}{D_2 K} \{ (2r_4 r_5 - 1) [K(r_2 - 1) + \frac{3k}{2} r_4] - \frac{3k}{2} r_4 \} \\ Y_2 = \frac{E}{D_2} (2r_4 r_5 - 1) (1 - r_1) \\ Y_3 = \frac{E}{D_2} r_4 (1 - r_1) \\ Y_4 = \frac{E}{D_2} (1 - r_1) \end{array} \right. \quad (1.49)$$

$$\text{avec } D_2 = \{(2r_4r_5 - 1) [r_1(K r_2 + \frac{3k}{2} r_4) - K] - \frac{3k}{2} r_1r_4\} \quad (1.50)$$

Nous pouvons à présent calculer la force appliquée au sommet du pieu :

$$F \cos \omega t = \frac{3\mu}{8} \ddot{y}_2 + \frac{\mu}{4} \ddot{y}_3 + \frac{3\mu}{8} \ddot{y}_4 \quad (1.51)$$

soit encore :

$$F = - \frac{\mu}{8} \omega^2 (3Y_2 + 2Y_3 + 3Y_4) \quad (1.52)$$

ou :

$$F = - \frac{E}{D_2} \frac{\mu}{4} \omega^2 r_4(1-r_1) (3r_5+1) \quad (1.53)$$

Remarque 1 : Le dénominateur D_2 est à un coefficient multiplicateur près le déterminant de la matrice des coefficients. Les fréquences qui annulent D_2 sont donc les fréquences propres du système. Ses numérateurs de Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 et F ne s'annulant pas en même temps que D , Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 et F sont infinis pour chaque fréquence propre. On en déduit en particulier que les fréquences pour lesquelles F est maximum sont des fréquences de résonance. Dans un certain nombre de cas, on observe un léger décalage entre la fréquence pour laquelle l'accélération est maximum et celle pour laquelle la force est maximum. Ce décalage est dû au fait que l'amortissement du système réel n'est pas nul.

Remarque 2 :

F s'annule pour :

* $\omega = 0$ c'est-à-dire pour la fréquence d'excitation nulle

* $r_4 = 0$ c'est-à-dire pour $\omega^2 = \omega_4^2 = \frac{4k}{\mu}$ ce qui correspond à la première fréquence propre de la barre considérée seule.

* $3r_5 + 1 = 0$ c'est-à-dire pour $\omega^2 = \frac{4\omega_5^2}{3} = \frac{16k}{\mu}$ ce qui correspond à la deuxième fréquence propre de la barre considérée seule.

1.4.3 - Résultats numériques

1.4.3.1 - Fréquences de résonance

Les résultats numériques sont rassemblés dans les trois tableaux 1.7 suivants :

1.4.3.1.1 - $L = 2,95 \text{ m}$

Ordre de la fréquence de résonance	Valeur calculée	Valeur expérimentale	Ecart
1	1651 Hz	1750 Hz	5,6 %
2	2511	2580	2,7 %
3	5012	4810	3,2 %

Tableau 1.7 a

1.4.3.1.2 - $L = 1,95 \text{ m}$

Ordre de la fréquence de résonance	Valeur calculée	Valeur expérimentale	Ecart
1	966	1140	
2	2055	1890	8,1 %
3	2525	2600	2,9 %

Tableau 1.7 b

1.4.3.1.3 - $L = 2,95 \text{ m}$

Ordre de la fréquence de résonance	Valeur calculée	Valeur expérimentale	Ecart
1	679	820	
2	1591	1540	3,3 %
3	2045	2020	1,2 %

Tableau 1.7 c

En ce qui concerne la première fréquence propre pour $L = 1,95 \text{ m}$ et $L = 2,95 \text{ m}$, les écarts importants entre la valeur calculée et la valeur expérimentale s'expliquent par l'existence de la suspension du système dont nous n'avons pas tenu compte dans les calculs et qui décale les fréquences de résonance les plus basses. Pour les autres fréquences, les écarts obtenus sont satisfaisants compte tenu des hypothèses simplificatrices faites.

1.4.3.2 - Fréquences pour lesquelles l'amplitude F de la force appliquée au pieu est nulle

Les fréquences pour lesquelles l'amplitude F de la force appliquée au pieu est nulle sont les fréquences propres du pieu comme nous l'avons vérifié au § 1.4.2.2. Comparons les fréquences calculées par la relation (1.35) avec celles pour lesquelles F est nul ou minimum expérimentalement.

	Ordre de la fréquence propre	Valeur calculée	Valeur expérimentale	Ecart
L = 0,95 m	1	2600+ <u>40</u>	2500	3,8 %
L = 1,95 m	1	1267+ <u>20</u>	1300	2,0 %
	2	2534+ <u>40</u>	2550	< 1 %
	3	3801+ <u>60</u>	3810	< 1 %
	4	5068+ <u>80</u>	4900	3,3 %
L = 2,95 m	1	838+ <u>13</u>	1100	
	2	1676+ <u>27</u>	1700	1,4 %
	3	2514+ <u>40</u>	2500	< 1 %
	4	3352+ <u>54</u>	3300	1,5 %
	5	4190+ <u>67</u>	4200	< 1 %
	6	5028+ <u>80</u>	5000	< 1 %

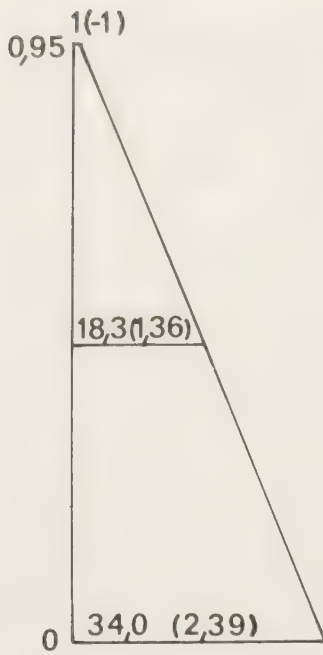
Tableau 1.8

Les écarts sont relativement faibles (à l'exception de la première fréquence propre pour L = 2,95) et souvent inférieurs à l'incertitude (1,6 %) sur les valeurs calculées.

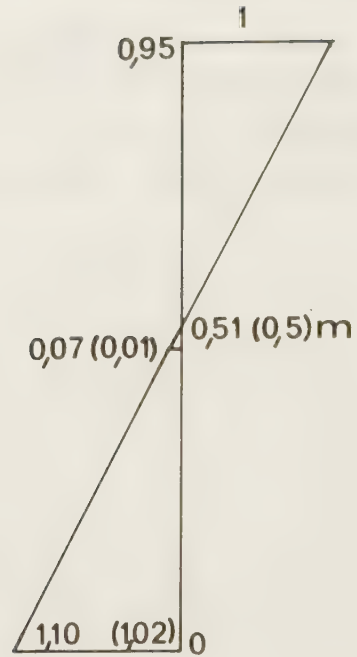
1.4.3.3 - Représentation des déformées du pieu à l'aide des vecteurs propres

On trouvera sur les schémas ci-après les valeurs des vecteurs propres et la position des noeuds calculées à partir des relations (1.49). Les valeurs expérimentales sont indiquées entre parenthèses.

1.4.3.3.1 - $L = 1,84 \text{ m}$



$N = 1651 \text{ Hz (1750)}$

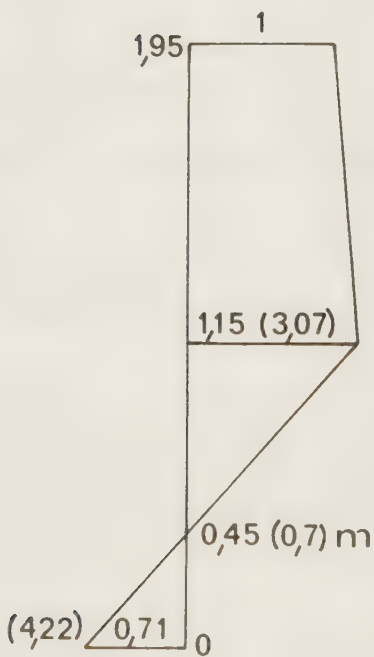


$N = 2511 \text{ Hz (2580)}$

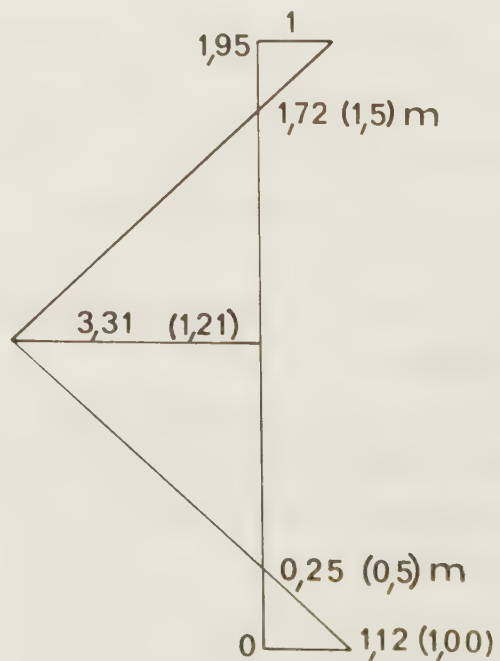
Fig. 1.25

Pour $N = 1750 \text{ Hz}$, il existe expérimentalement un noeud (à 70 cm) qu'on ne trouve pas par le schéma.

1.4.3.3.2 - $L = 1,95 \text{ m}$



$N = 2055 \text{ Hz (1890)}$



$N = 2525 \text{ Hz (2600)}$

Fig. 1.26

1.4.3.3.3 - $L = 2,95 \text{ m}$

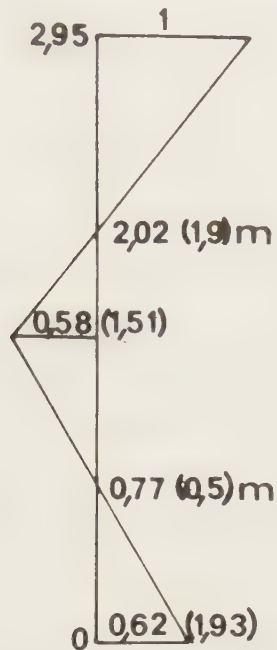


Fig. 1.27

$N = 2045 \text{ Hz (2020)}$

Remarque : A partir des relations (1.49), on peut calculer le déplacement de la masse M par rapport à la masse m . Ce déplacement qui représente la variation de l'entrefer du circuit magnétique est inférieur à 10μ dans les conditions d'utilisation de l'excitateur. L'entrefer étant d'environ $0,2 \text{ mm}$, ses variations sont inférieures à $0,5 \%$. L'hypothèse d'un entrefer constant (§ 1.1) est donc justifiée.

1.4.4 - Conclusions

Si le schéma utilisé (fig. 1.24) convient bien pour le calcul des fréquences de résonance ou pour celui des fréquences où F est nul, il n'en est pas de même pour le calcul des vecteurs propres. En effet, pour respecter les fréquences propres, nous avons décomposé le pieu en trois masses ($3\mu/8$, $\mu/4$ et $3\mu/8$) alors que la décomposition logique serait ($\mu/4$, $\mu/2$ et $\mu/4$). C'est pourquoi la position des noeuds calculée et mesurée et les vecteurs propres calculés et mesurés diffèrent sensiblement.

Chapitre 2

ETUDE EXPERIMENTALE DU FONÇAGE

2.1 - PRINCIPE ET REALISATION PRATIQUE DES ESSAIS DE FONÇAGE -

2.1.1 - Principe des essais

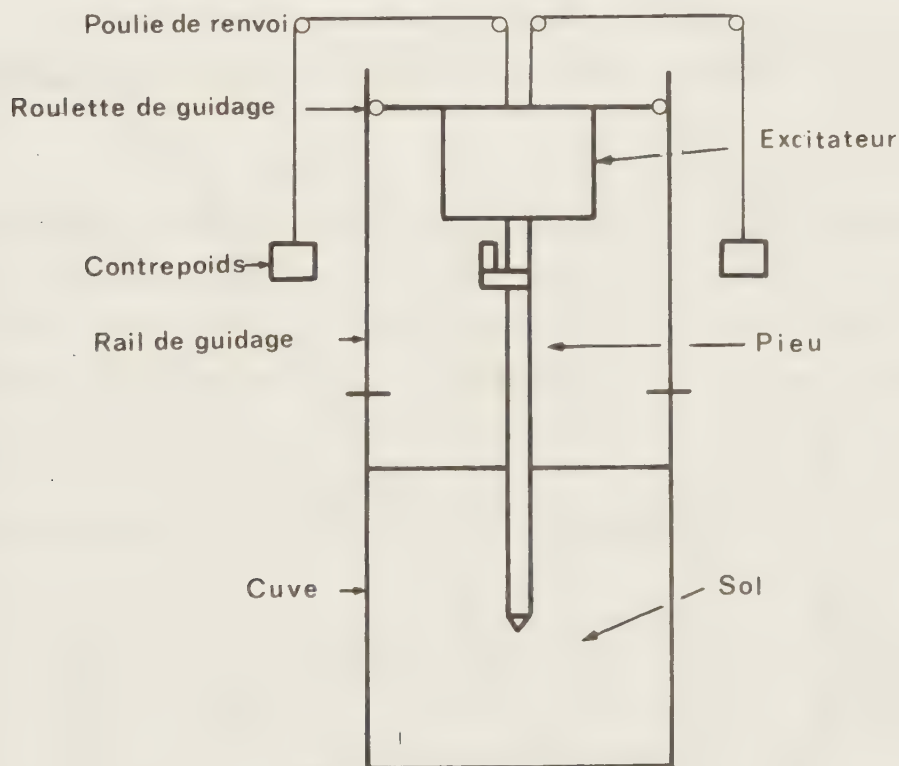


Fig. 2.1

Le principe des essais est simple : l'excitateur est fixé au sommet du pieu, l'ensemble étant guidé de telle sorte que le mouvement soit vertical. Des contrepoids permettent de faire varier le poids apparent de l'ensemble excitateur pieu (défini au § 2.1.3.2). Le pieu s'enfonce dans le sol contenu dans une cuve de grandes dimensions par rapport à celles du pieu.

Nous appellerons "force de fonçage" la force alternative appliquée à l'extrémité supérieure du pieu. Cette force est mesurée par un capteur piezo-électrique. Un capteur d'accélération mesure l'accélération de la section supérieure du pieu.

2.1.2 - Caractéristiques du sol et de la cuve

2.1.2.1 - Caractéristiques du sol

Le sol choisi est un sable de Loire sec ayant une granulométrie étalée (fig. 2.2) tamisé à 2,5 mm pour que la dimension des grains soit relativement petite devant le diamètre du pieu. Tous les essais ont été réalisés avec ce même sable.

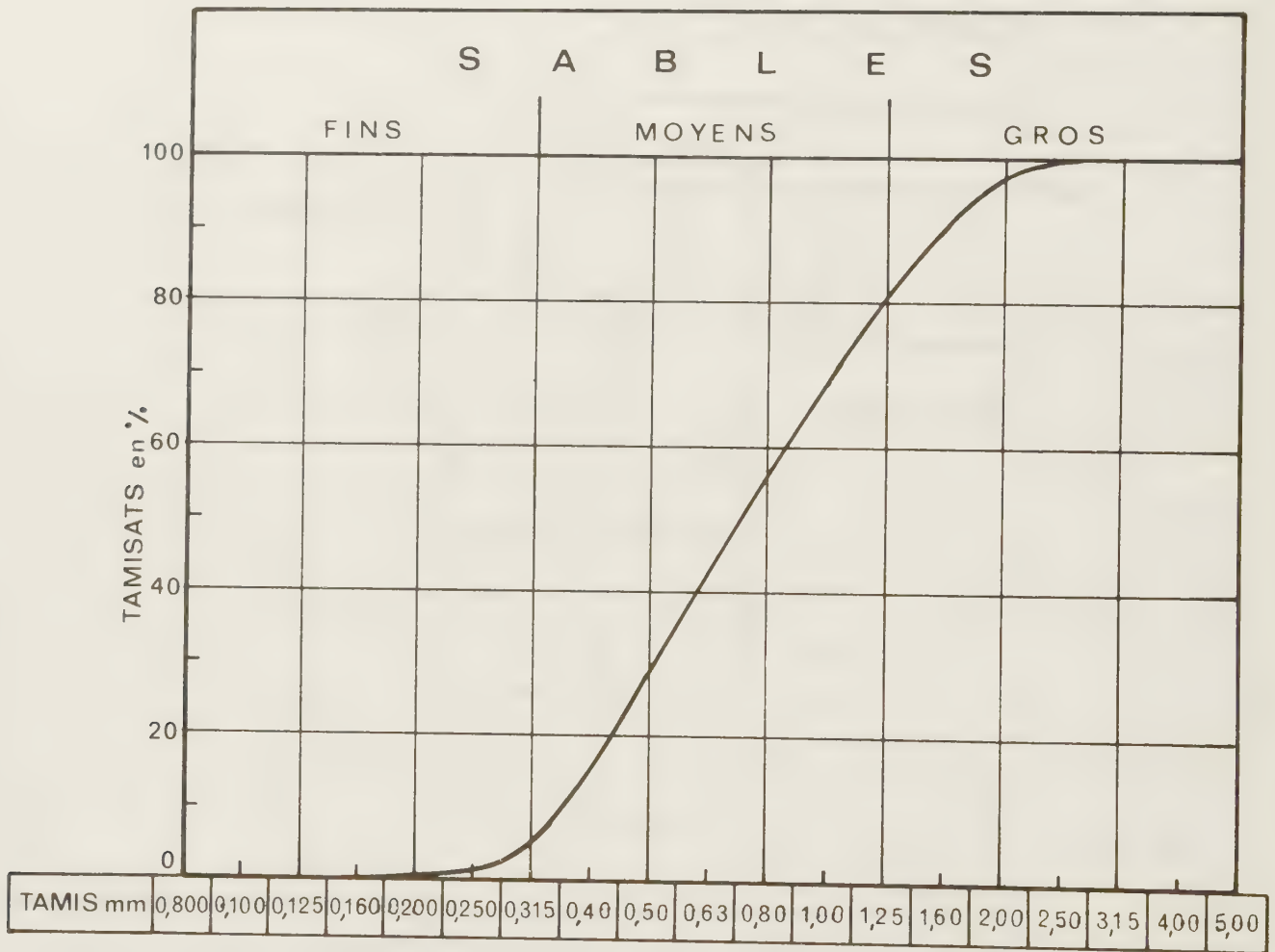


Fig. 2.2

Les caractéristiques mécaniques déterminées à la boîte de Casagrande ont pour valeur :

$$c \sim 0$$

$$\phi = 35^\circ$$

2.1.2.2 - Caractéristiques de la cuve

La cuve est un cylindre métallique de 0,98 m de diamètre et de 2,75 m de hauteur. Cette cuve comporte à sa base une trappe facilitant l'opération de vidange.

2.1.2.3 - Remplissage de la cuve

L'obtention d'un sol homogène de densité constante est extrêmement problématique. Le Centre d'Etude du Bâtiment et des Travaux Publics de Chevreux a mis au point, après bien des tâtonnements, une méthode, dont le principe consiste à mettre le sol en place par couches successives. Chaque couche est compactée avec une énergie variant en sens inverse de la profondeur.

Cette méthode n'a pu être employée ici, car le diamètre relativement réduit de notre cuve rend malaisé tout travail à l'intérieur de celle-ci.

Après différents essais infructueux, la méthode retenue consiste à laisser tomber le sable sous son propre poids à partir du sommet de la cuve en prenant soin de bien le répartir sur toute la section. La densité utilisée dans la suite est la densité moyenne du sable mis ainsi en place.

Remplissage n°	Densité
1	1,67
2	1,69
3	1,68
4	1,68
5	1,68

Malgré tout le soin apporté au remplissage, il semble subsister une certaine variation de densité, aussi bien dans le sens transversal que dans le sens vertical. Cette variation expliquerait au moins partiellement la dispersion des résultats obtenus. Par contre, l'écart entre les différentes densités moyennes est faible (1,2 %).

2.1.3 - Conditions expérimentales

2.1.3.1 - Guidage latéral

Ce guidage est assuré par quatre roulettes en lucoflex, (de façon à réduire la transmission des vibrations) montées sur roulement à

billes. Elles viennent prendre appui sur deux cornières verticales jouant le rôle de rails de guidage.

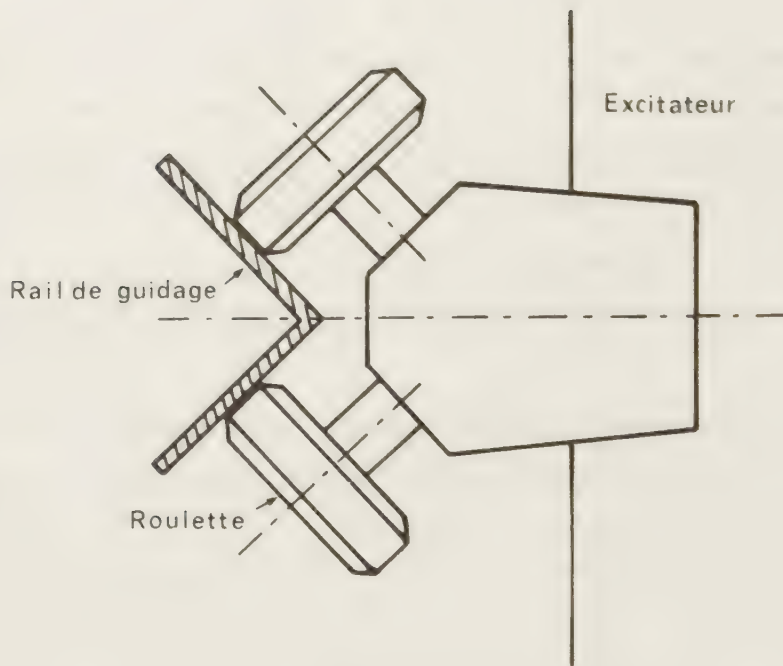


Fig. 2.3

Ces rails sont fixés à leurs extrémités sur deux cadres en cornières perforées horizontaux, ce qui permet de les déplacer aisément. En effet, le remplissage de la cuve (§ 2.1.2.3) est une opération longue et fastidieuse. Aussi avons nous réalisé une dizaine d'essais pour chaque remplissage. La distance minimum entre deux essais est de 20 cm. Nous n'avons noté aucune perturbation au cours des essais imputable directement à cette façon de procéder.

2.1.3.2 - Définition et mesure du poids apparent

Le poids élevé de l'excitateur muni de son enceinte destinée à diminuer le bruit (21,9 kg), par rapport aux dimensions ($\phi = 3$ cm) et au poids (16,2 kg) du pieu, impose l'utilisation de contrepoids si on ne veut pas obtenir des vitesses de fonçage trop élevées rendant les mesures très aléatoires. De façon à avoir une bonne répartition des efforts, la solution de deux entrepoids situés symétriquement par rapport à l'axe du pieu, a été retenue. Deux cordelettes en nylon tressé assurent la liaison entre l'excitateur et les

contrepoids par l'intermédiaire d'un émerillon. Ces cordelettes passent sur des poulies de renvoi montées sur roulement à billes. L'émerillon a pour rôle d'autoriser la rotation de l'excitateur autour de l'axe du pieu (§ 2.1.4).

L'utilisation de contrepoids présente des inconvénients qui sont de deux ordres :

- d'une part, les vibrations de l'excitateur peuvent se propager jusqu'aux contrepoids par l'intermédiaire de la liaison. Le nylon tressé a précisément été choisi pour réduire au minimum ces phénomènes parasites que nous supposons négligeables.

- d'autre part, l'utilisation de poulies de renvoi entraîne fatalement l'apparition de forces de frottement, qui viennent s'ajouter à celles dues au guidage.

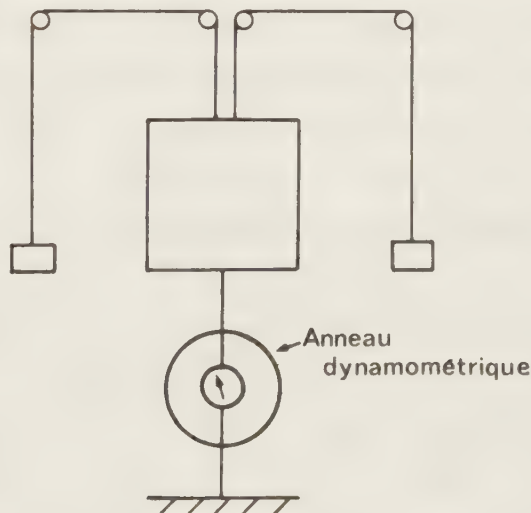


Fig. 2.4

Le poids apparent du système excitateur - pieu est le poids du système diminué de la valeur des contrepoids et des forces de frottement. La mesure de ce poids apparent a été effectuée à l'aide d'un anneau dynamométrique.

De façon à mobiliser autant que possible des forces de frottement de sens et d'intensités comparables à celles existant au cours du fonçage, la mesure est faite en cours de descente de l'excitateur, l'anneau dynamométrique reposant sur un appui dénivélable.

Dans toute la suite, lorsque nous parlerons de la masse ou du poids du système excitateur - pieu, il s'agira de la masse apparente ou du poids apparent ainsi mesurés.

2.1.3.3 - Fréquence optimum

La fréquence d'excitation a toujours été choisie de telle sorte que l'amplitude désirée de la force de fonçage soit obtenue pour une énergie minimum fournie à l'excitateur. C'est la fréquence optimum de fonctionnement. Elle varie avec :

- la longueur du pieu
- l'amplitude de la force de fonçage, car le fonctionnement de l'excitateur n'est pas parfaitement linéaire.

La fréquence optimum est de l'ordre de :

1750 Hz pour $L = 0,95$ m

1860 Hz pour $L = 1,95$ m

1980 Hz pour $L = 2,95$ m

Il a été procédé à des essais de fonçage à la fréquence de résonance la plus voisine de la fréquence propre du pieu. Les vitesses de fonçage obtenues étaient extrêmement faibles, et sans aucune commune mesure avec celles obtenues aux fréquences ci-dessus.

2.1.4 - Essai de fonçage proprement dit

La profondeur utilisable de la cuve est d'environ 2,50 m si l'on ne veut pas avoir d' "effet de fond" venant perturber les essais. La longueur du pieu retenue fut donc de 3,00 m. Mais la hauteur limitée du Hall d'Essais ne permettait un déplacement vertical que de 1,1 m environ. Par conséquent, il a fallu fractionner l'essai en trois. Le pieu est composé de trois barres d'environ 1 m, constituées par le même matériau, de même diamètre et pouvant se visser les uns aux autres.

Au départ, seul le premier élément muni à sa partie inférieure d'un cône (angle au sommet 120°) est fixé à l'excitateur, les deux autres éléments étant attachés sur le dessus de la boîte insonorisante de façon à conserver un poids constant au cours de l'essai.

Sous l'effet du poids, le pieu prend une fiche initiale X_0 . A l'instant initial, on applique une force de fonçage d'amplitude donnée ; le pieu s'enfonce et on note la fiche X en fonction du temps. Une fois le premier élément enfoncé, l'application de la force d'excitation est interrompue. On désolidarise l'excitateur et le pieu au niveau du capteur de force, en faisant tourner cet excitateur autour de l'axe du pieu. La manoeuvre est facilitée par la présence de l'émerillon. Le deuxième élément mis en place, il suffit de fixer l'excitateur au sommet de celui-ci par le même procédé. Bien sûr, dans toute la mesure

du possible, on évite toute manipulation sur l'élément déjà foncé. Il suffit alors d'appliquer à nouveau la force de fonçage et d'opérer de la même façon pour le dernier élément.

Cette méthode se justifie par le fait qu'elle n'entraîne aucune discontinuité notable lors du tracé des courbes $X = f(t)$.

2.2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX -

Tous les paramètres, en particulier la masse du système pieu - excitateurs et l'amplitude de la force de fonçage, sont maintenus constants au cours de chaque essai de fonçage.

2.2.1 - Constatations d'ordre général

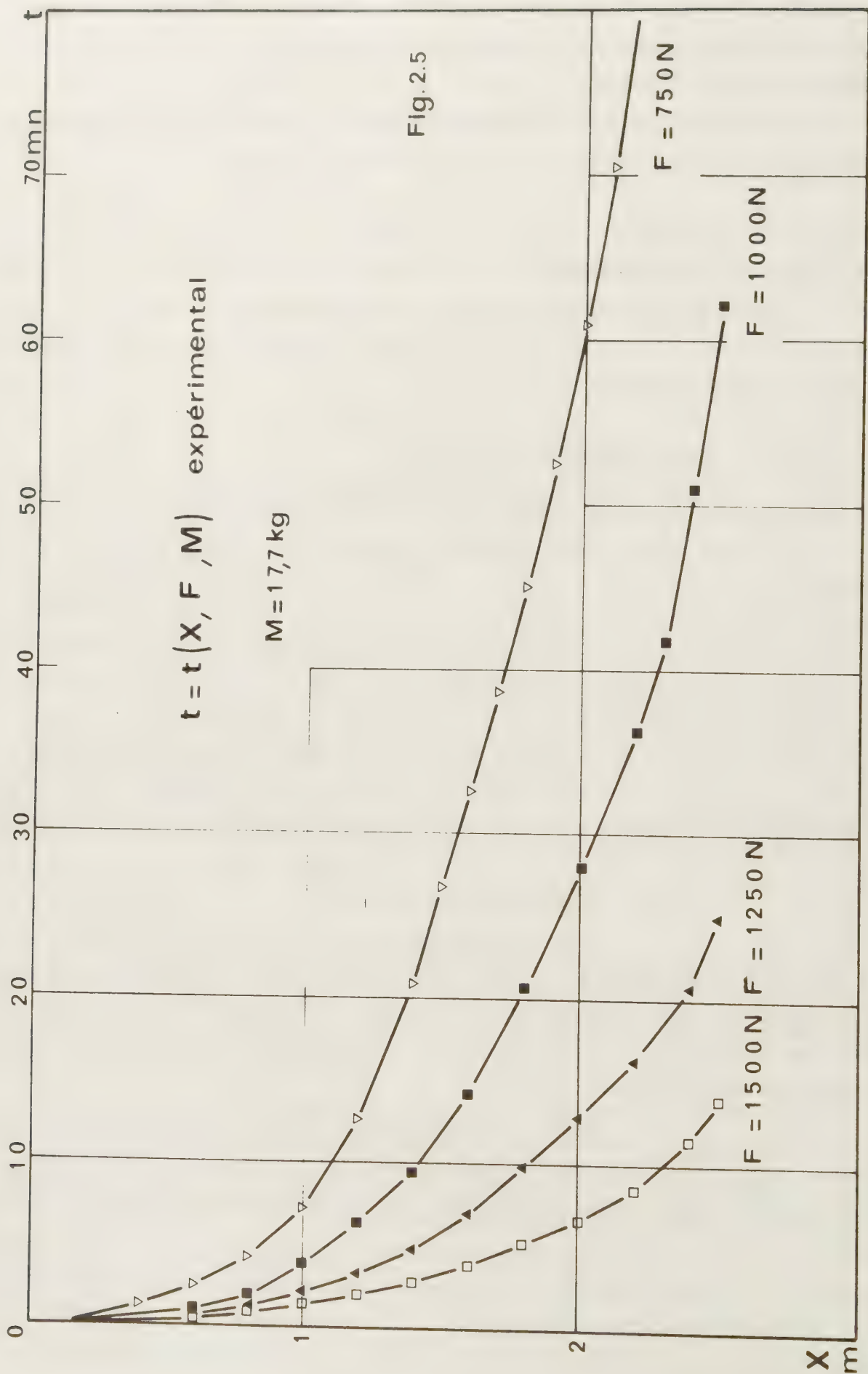
2.2.1.1 - Influence du fractionnement de l'essai

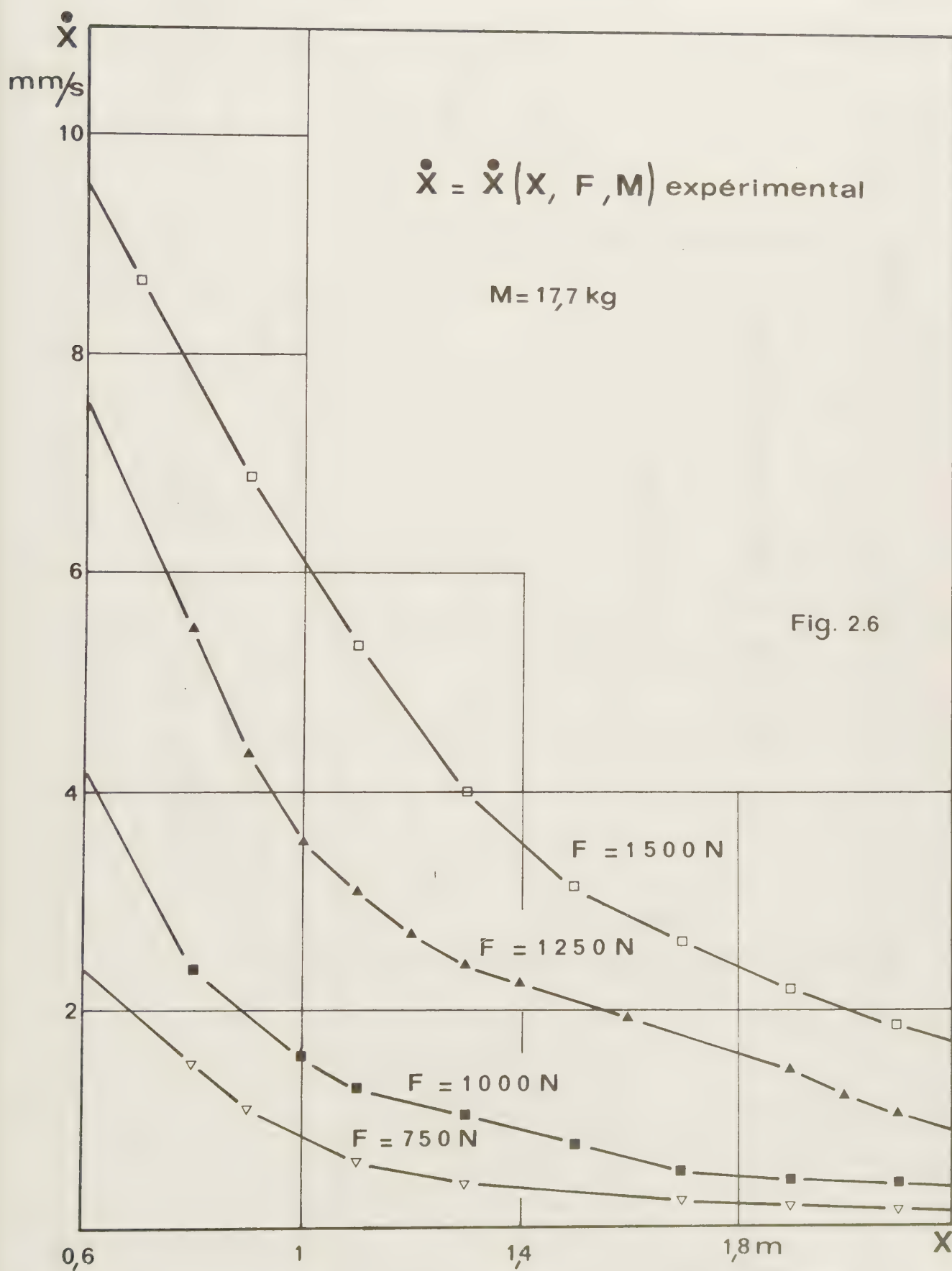
On se souvient que par suite de la hauteur limitée au-dessus de la cuve, il a fallu fractionner chaque essai. De ce fait, on pouvait craindre de relever des discontinuités sur les courbes de fonçage. Les figures (2.5) à (2.8) montrent qu'il n'en est rien. Les manipulations effectuées lorsqu'on ajoute un élément de pieu (§ 2.1.4) ne modifient donc pas notablement les caractéristiques du sol en contact avec celui-ci. D'autre part, les phénomènes transitoires dus à l'interruption et à l'application de la force de fonçage sont négligeables. Enfin, le fait de modifier la fréquence d'excitation en fonction de la longueur du pieu ne semble pas avoir d'influence.

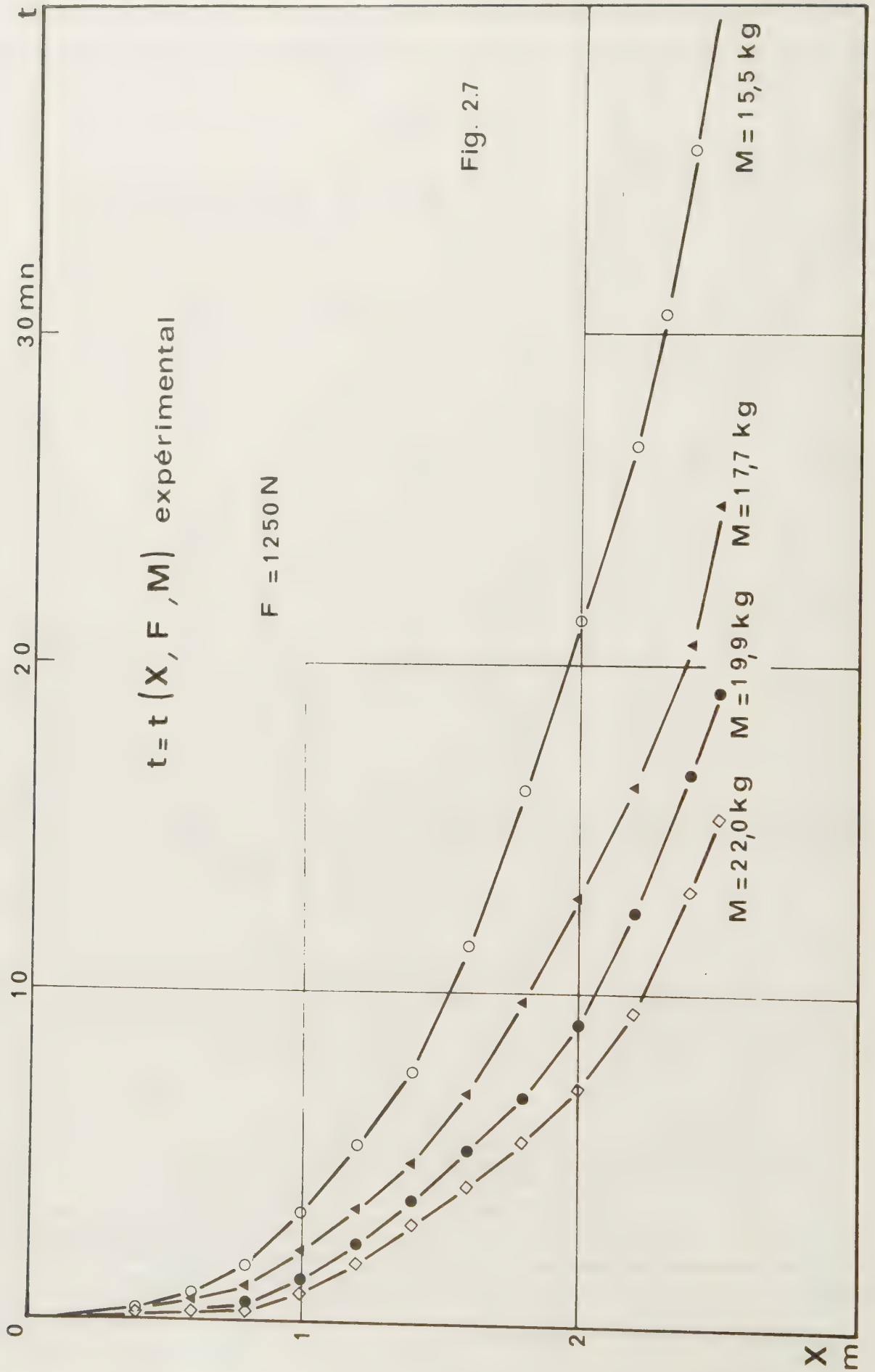
2.2.1.2 - Dispersion des résultats

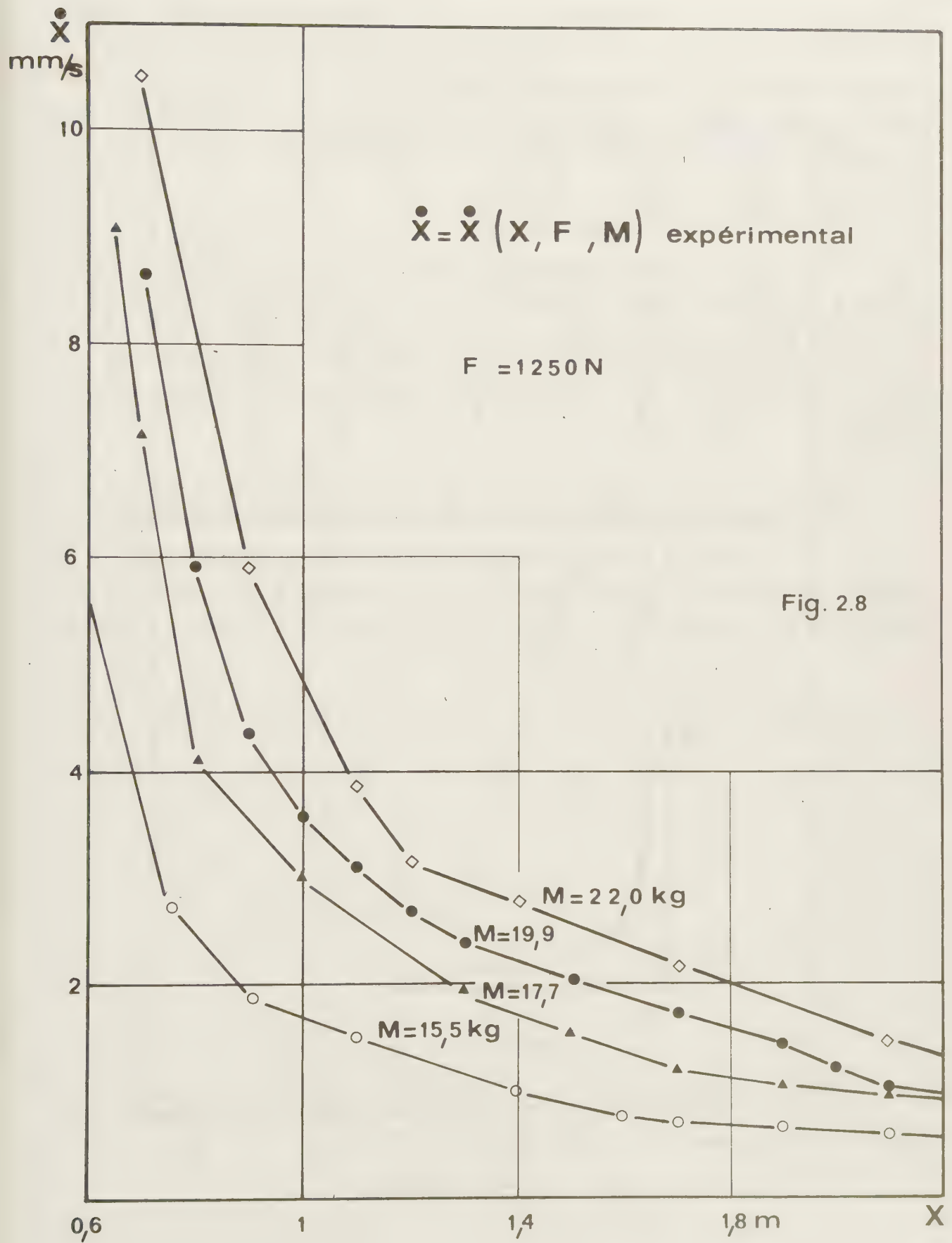
Elle est importante et est imputable vraisemblablement au fait que le sol n'est pas homogène malgré tous les soins apportés au remplissage de la cuve. Dans une moindre mesure, cette dispersion peut aussi être due aux variations du frottement au niveau du guidage et au niveau des poulies de renvoi des contrepoids.

Nous avons été amenés à éliminer les résultats d'un certain nombre d'essais, en particulier ceux où la variation de la vitesse avec la fiche était tantôt croissante, tantôt décroissante au cours du même essai.









2.2.1.3 - Influence de l'amplitude de la force de fonçage

Aux figures 2.5 et 2.6, nous avons représenté respectivement les courbes de fonçage et les courbes de vitesse correspondantes les plus représentatives. Elles montrent, malgré la dispersion des résultats, que pour un poids donné, une augmentation de l'amplitude de la force de fonçage se traduit par une augmentation de la vitesse de fonçage.

2.2.1.4 - Influence du poids

La variation relativement faible de la masse (de 1 55 kg à 22 kg) rend l'étude délicate. Pourtant, les courbes de fonçage et les courbes de vitesse correspondantes les plus représentatives (figures 2.7 et 2.8) montrent que pour une amplitude de la force de fonçage donnée, une augmentation du poids se traduit par une augmentation de la vitesse de fonçage.

2.2.2 - Relation empirique entre la vitesse de fonçage et la fiche

Si l'on se réfère aux figures 2.6 et 2.8, on constate que l'allure des courbes $\dot{X} = f(X)$ ne dépend ni de l'amplitude F de la force de fonçage, ni de la masse M du système. L'allure de ces courbes est la suivante :



Fig. 2.9

On constate que les points expérimentaux sont relativement bien alignés dans le repère Lu X , Lu $\dot{X}$ (fig. 2.10 et 2.11).

On propose donc la relation empirique :

$$\dot{X} = \frac{B}{X^A}$$

(2.1)

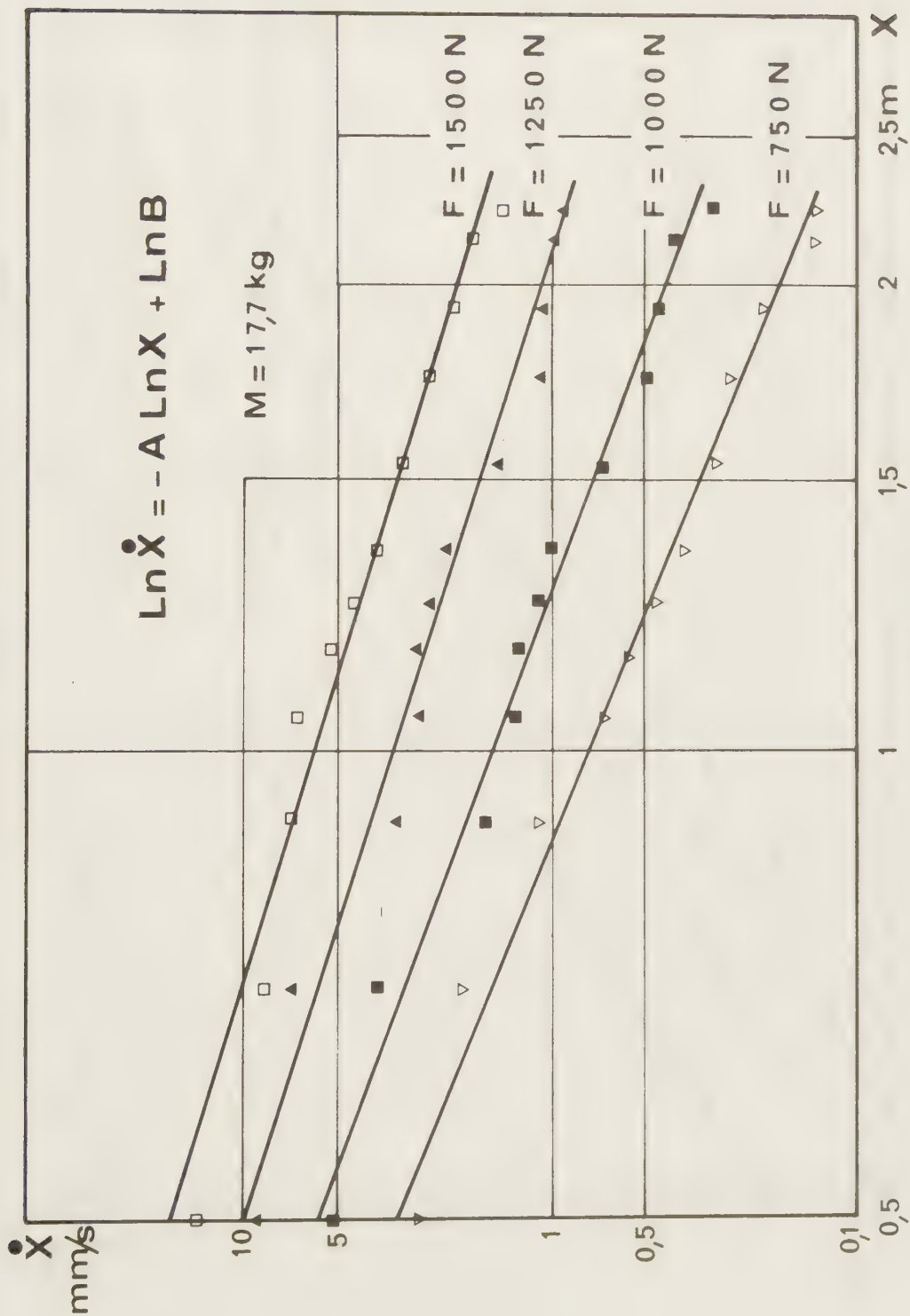


Fig. 2.10

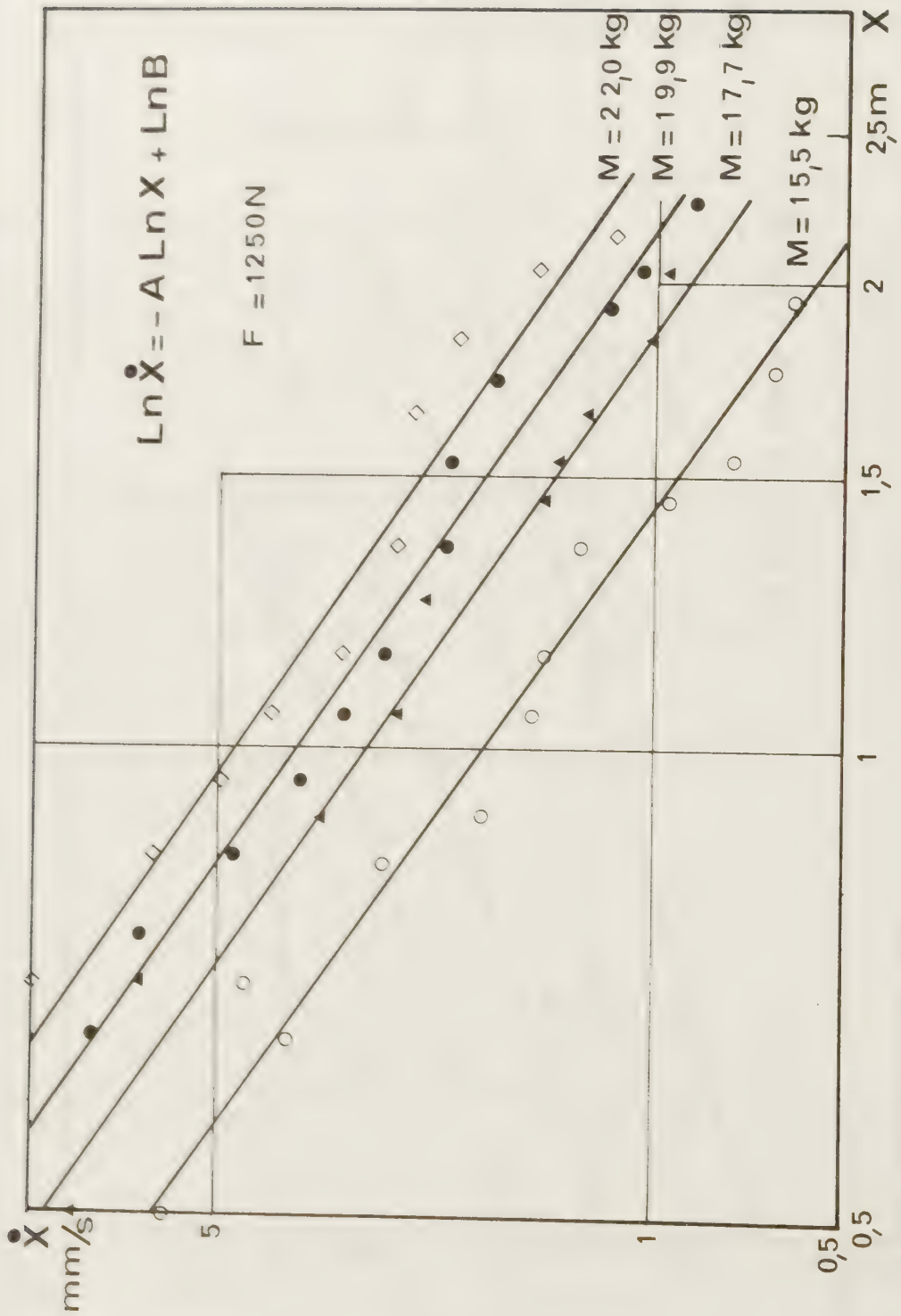


Fig. 2.11

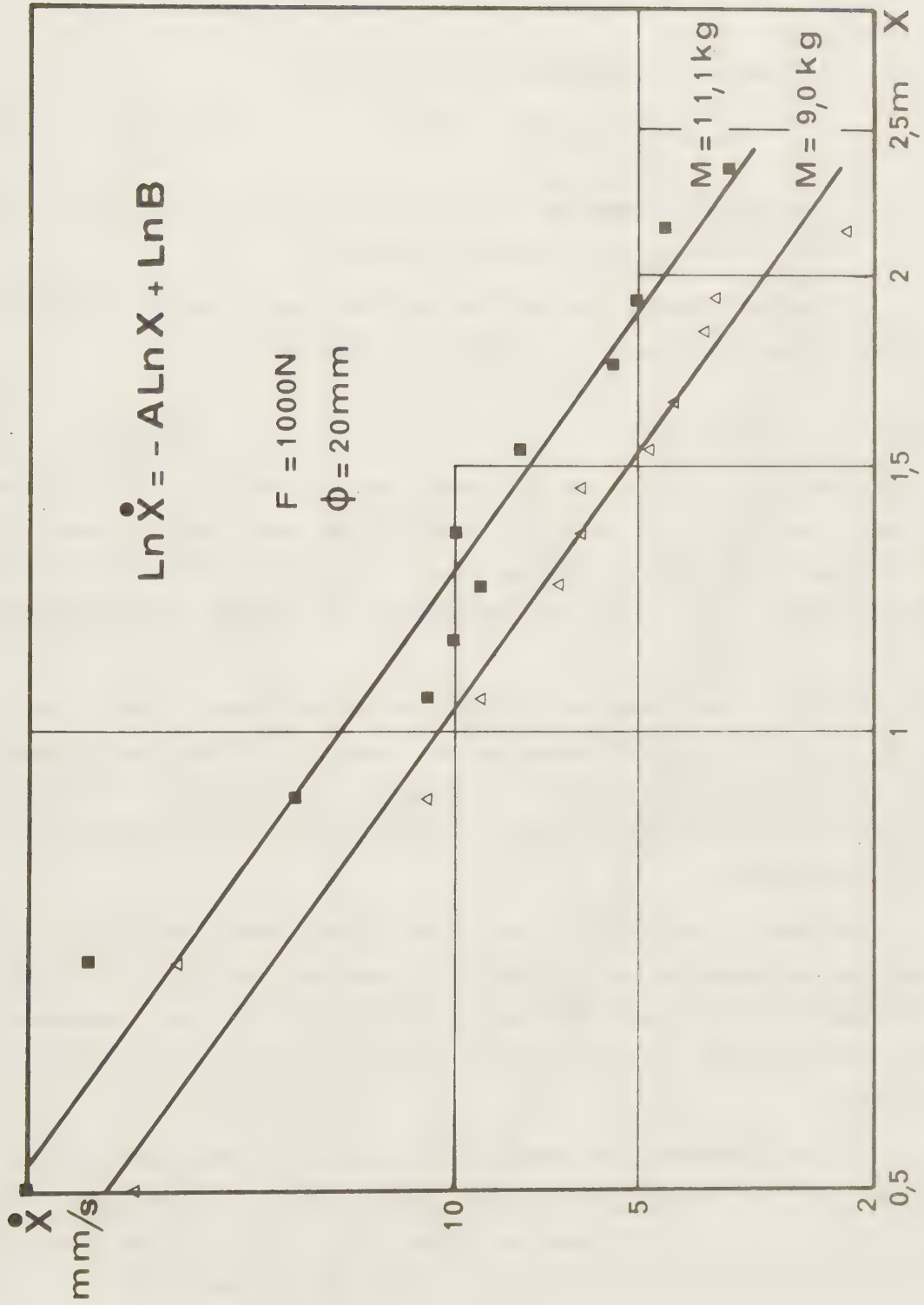


Fig. 2.12

où A et B sont des constantes pour chaque courbe mais qui peuvent varier avec F et M.

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$t = \frac{1}{B(A+1)} (X^{A+1} - X_0^{A+1}) \quad (2.2)$$

* t étant le temps au bout duquel on obtient la fiche X

* X_0 étant la fiche au temps initial.

Quelques essais isolés effectués sur des pieux de 20 mm de diamètre montrent que la vitesse suit la même loi (fig. 2.12).

Remarque :

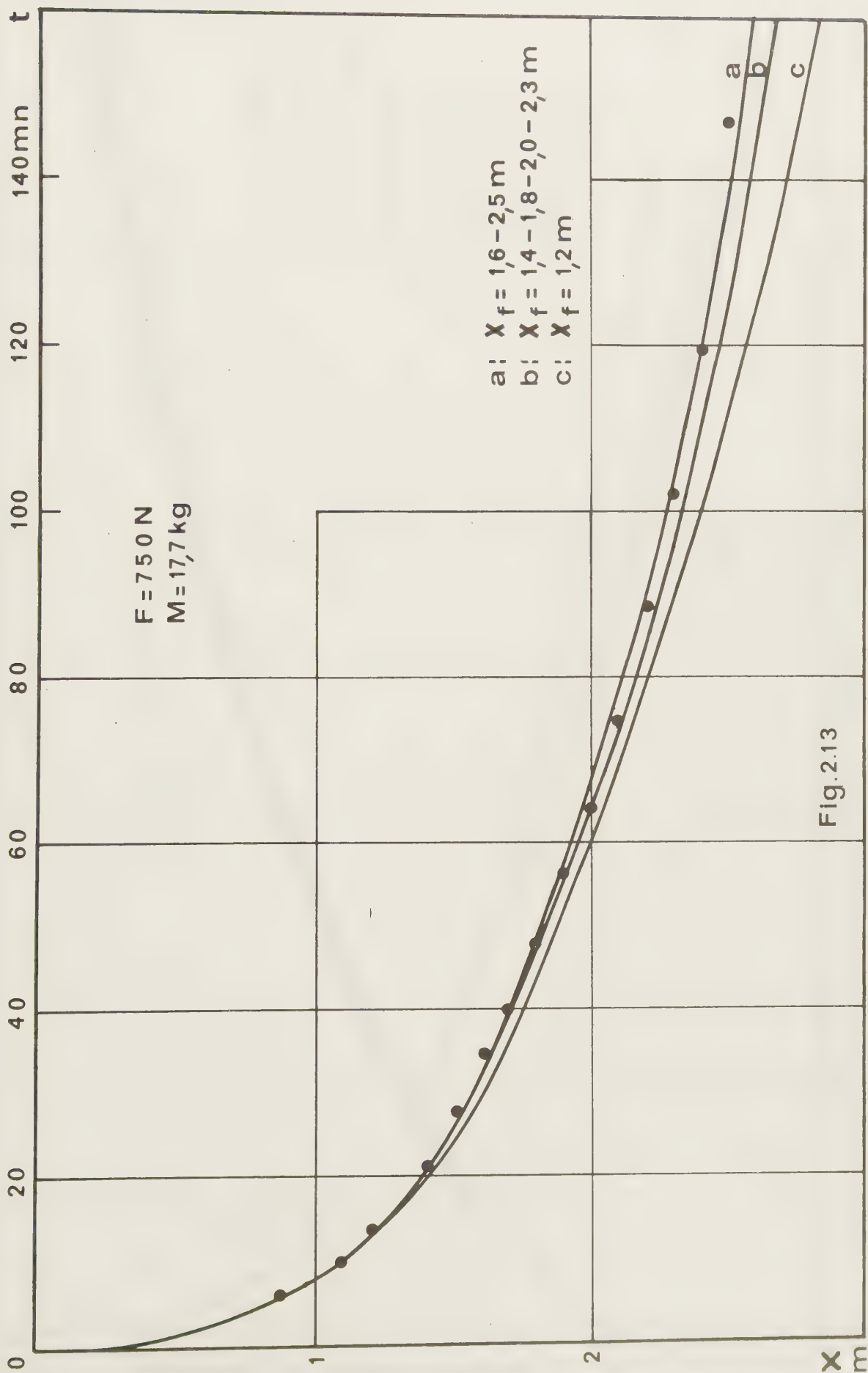
La fonction $t = f(X)$ (2.2) n'admet pas d'asymptote : il n'y aurait donc pas de refus. Mais il s'agit là d'une relation empirique et comme telle, elle n'est valable que dans le domaine étudié. On serait certainement amené à proposer une autre loi $t = f(X)$ si l'on étudiait le fonçage au voisinage du refus.

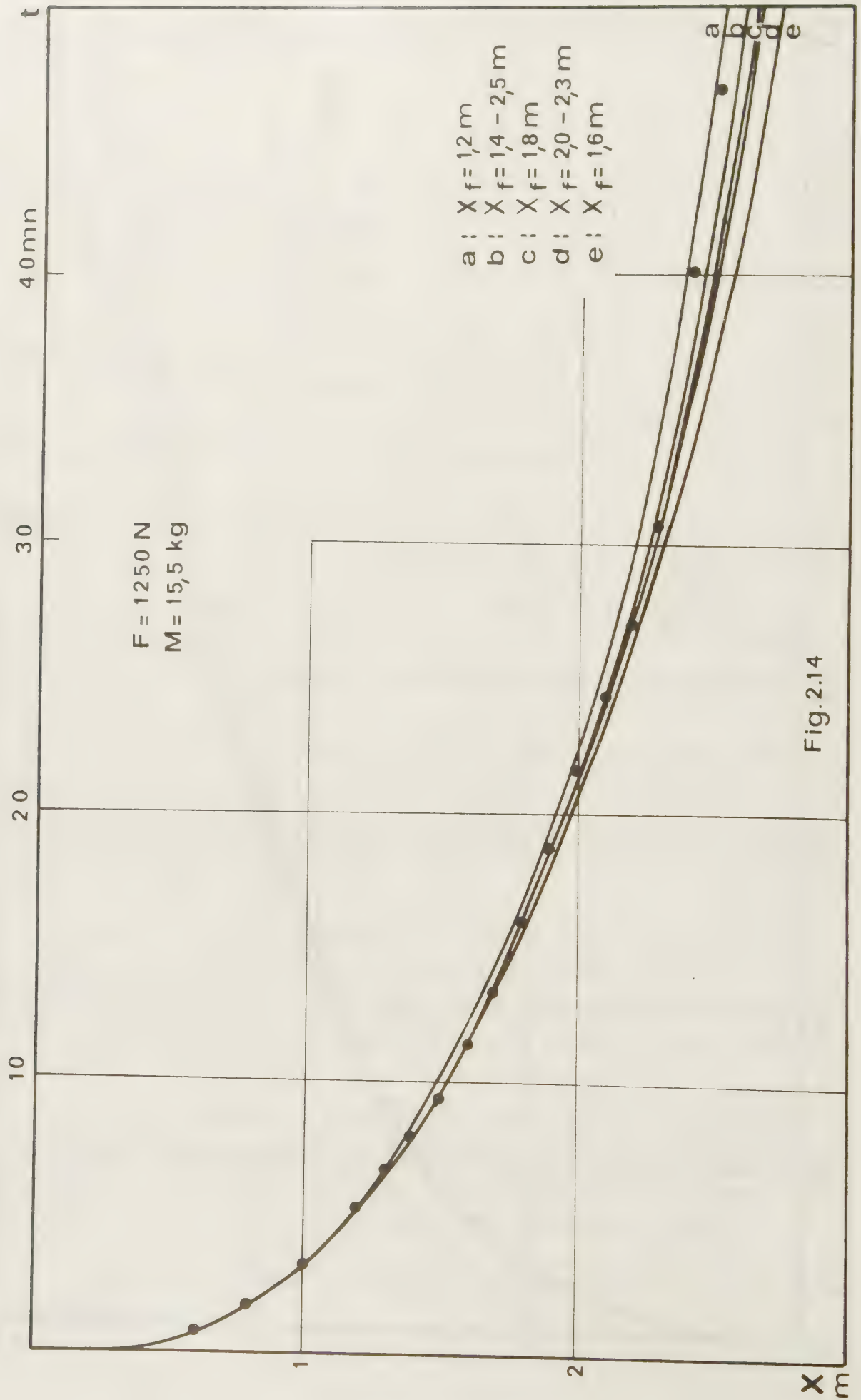
Les points expérimentaux n'étant pas parfaitement alignés dans le plan (Lu X, Lu $\dot{X}$), il est intéressant de voir comment évoluent les paramètres A et B et les courbes représentatives du mouvement en fonction du dernier point X_f utilisé lors du dépouillement, pour voir dans quelle mesure on peut extrapoler ces courbes.

Précisons la méthode utilisée. Pour chaque essai, on calcule A et B par la méthode des moindres carrés appliquée dans le plan (Lu X, Lu $\dot{X}$) en utilisant tous les points expérimentaux jusqu'à X_f , et on trace la courbe $t = f(X)$ correspondante. On recommence l'opération pour un certain nombre de valeurs de X_f .

A titre d'exemple, on trouvera les courbes obtenues pour différentes valeurs de A et B en fonction de X_f . Ces courbes sont relatives à un essai lent (fig. 2.13), à un essai moyennement lent (fig. 2.14) et à un essai rapide (fig. 2.15). On constate que ces courbes varient relativement peu.

- Essai lent : seule la courbe pour $X_f = 1,2$ m s'écarte notablement des autres courbes.





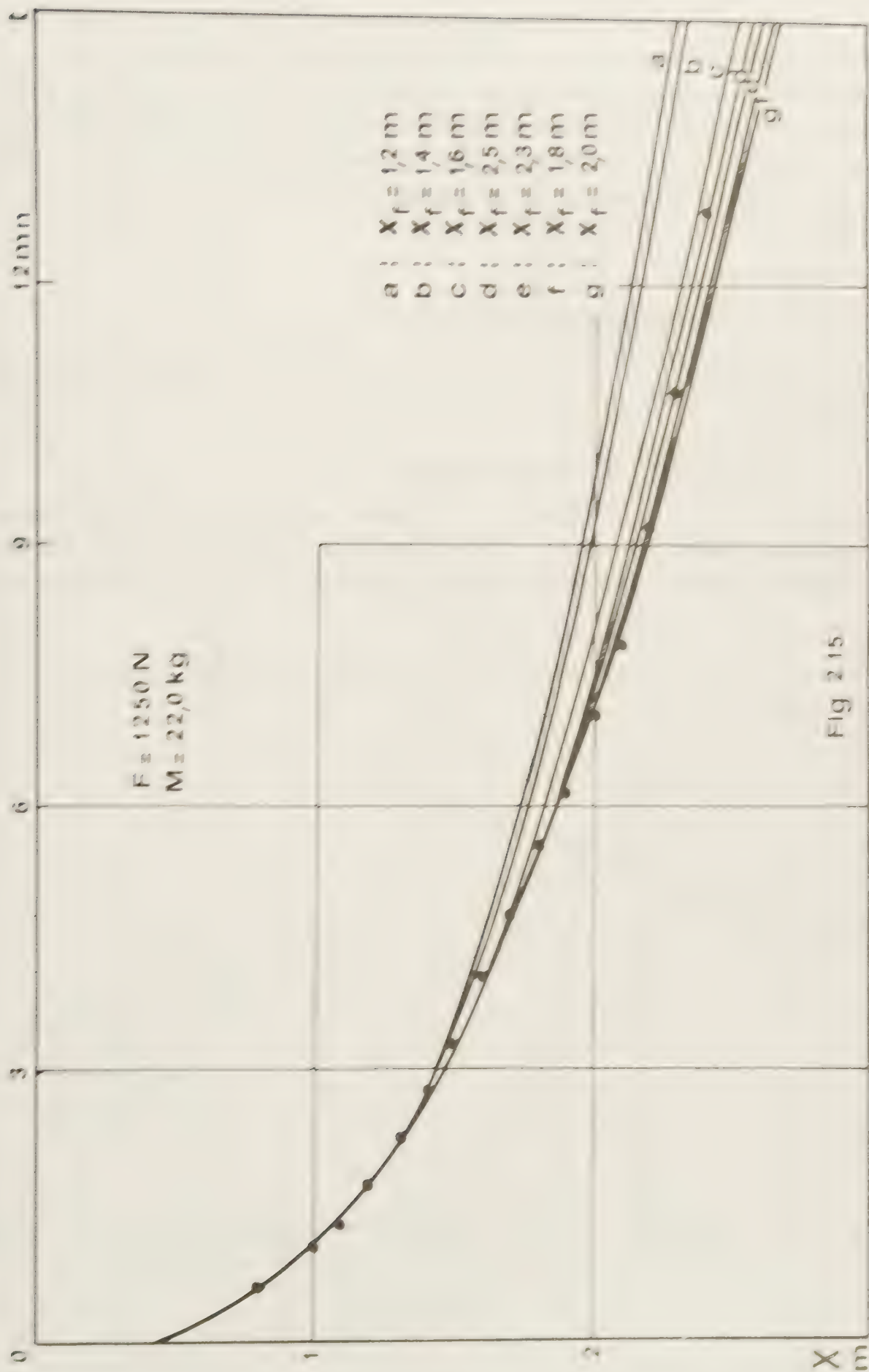


Fig 2.15

- Essai rapide : la dispersion est plus importante. En effet, les essais rapides se sont toujours révélés plus délicats à réaliser. C'est également pour ceux-ci qu'on a relevé la dispersion la plus importante d'un essai à l'autre. Il faut remarquer qu'on ne dispose là que du début du fonçage et que la fiche que peut atteindre le pieu est bien plus importante que 2,5 m. Il aurait été souhaitable de pouvoir réaliser des essais sur 4 ou 5 mètres.

2.2.3 - Etude des paramètres A et B

On trouvera dans les tableaux suivants les valeurs moyennes expérimentales en fonction de F et de M.

- 2.2.3.1 - Etude du paramètre A

La figure (2.17) montre que pour une force de fonçage d'amplitude donnée, les points se répartissent de façon quelconque en fonction de la masse statique. Nous pourrions donc considérer que A est indépendant de M.

$$A = A (F) \quad (2.3)$$

L'allure de la fonction A(F) est la suivante :

(fig. 2.16)

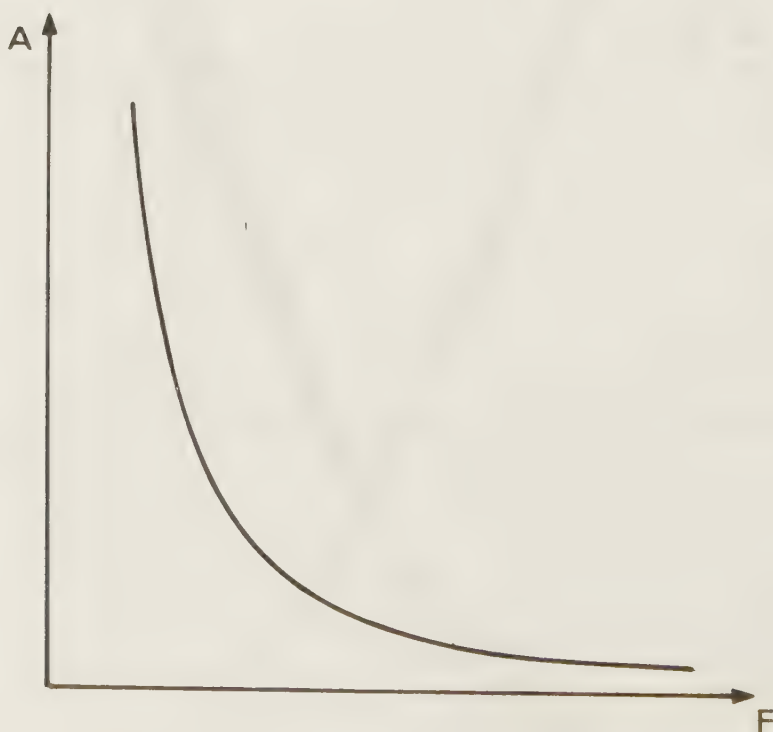


Fig. 2.16

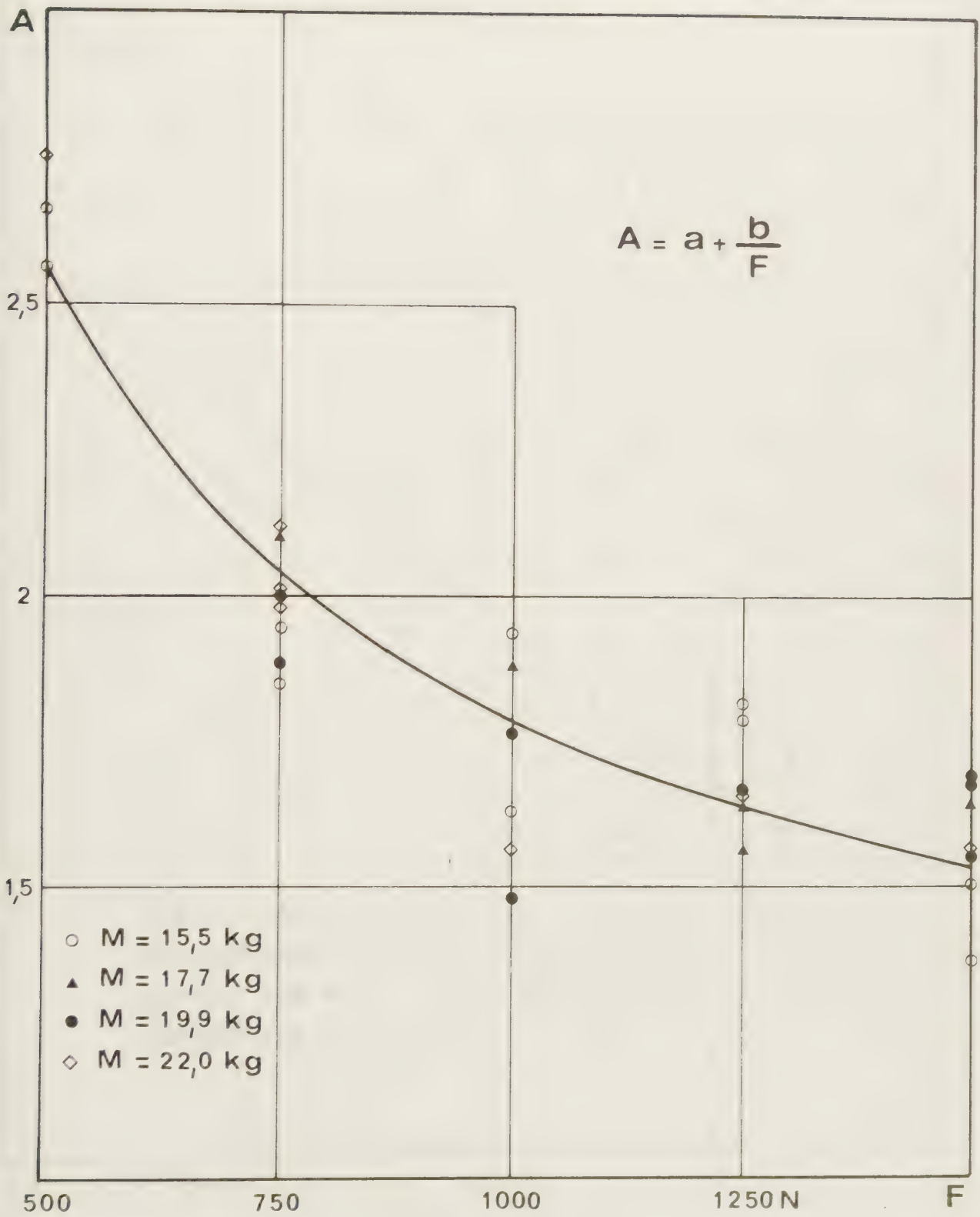


Fig. 2.17

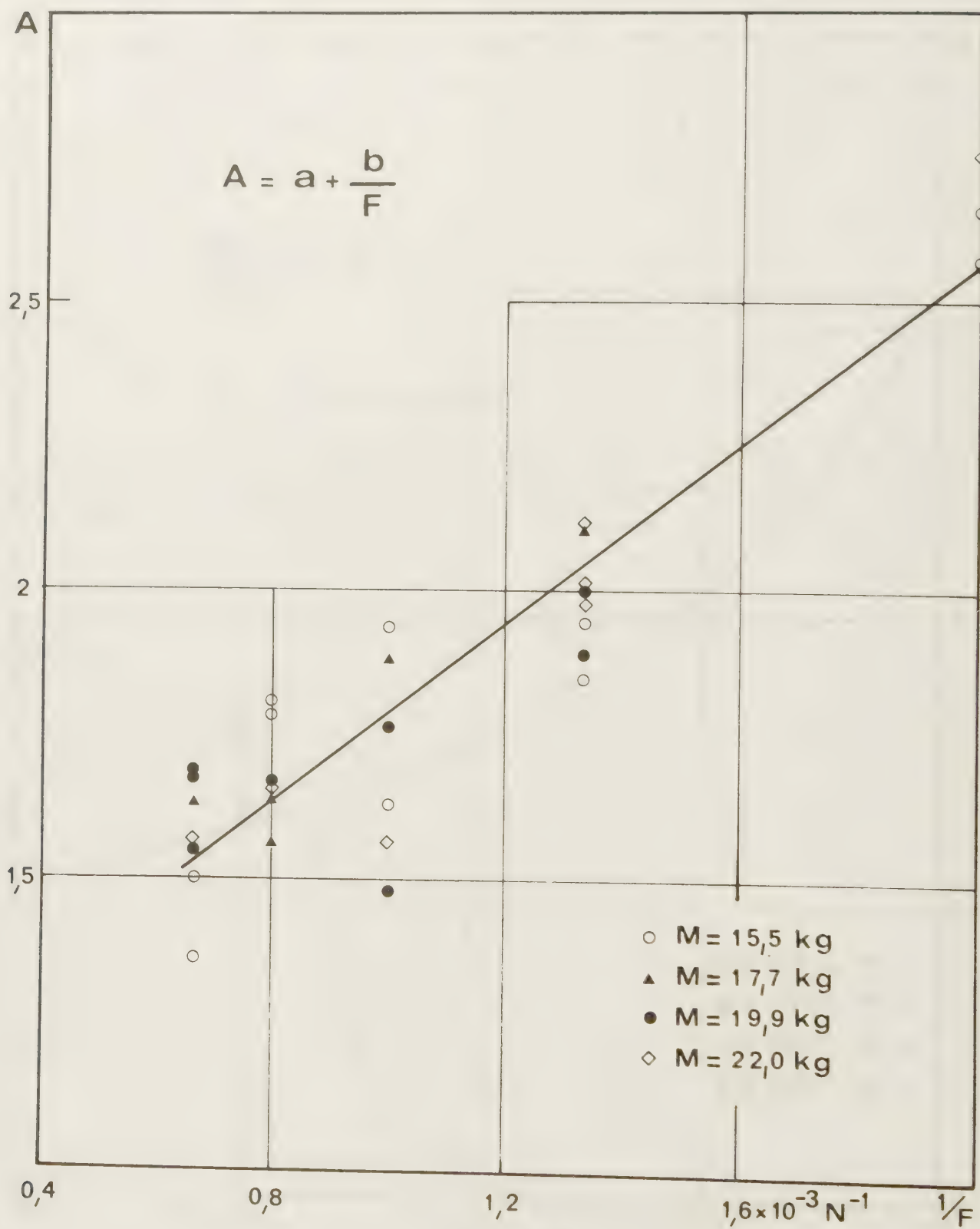


Fig. 2.18

VALEURS MOYENNES DES PARAMETRES A ET B
EN FONCTION DE P ET DE M

Paramètre A

$\frac{M}{P}$ (%)	500	750	1000	1250	1500
15,5	2,61	1,90	1,76	1,80	1,43
17,7	-	2,10	1,88	1,60	1,64
19,9	-	1,93	1,62	1,66	1,64
22,0	2,75	2,04	1,56	1,65	1,57

Paramètre B

$\frac{M}{P}$ (%)	500	750	1000	1250	1500
15,5	$1,03 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-4}$	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$3,70 \cdot 10^{-3}$
17,7	-	$7,63 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$	$2,86 \cdot 10^{-3}$	$4,21 \cdot 10^{-3}$
19,9	-	$7,02 \cdot 10^{-4}$	$1,94 \cdot 10^{-3}$	$3,93 \cdot 10^{-3}$	$4,81 \cdot 10^{-3}$
22,0	$5,87 \cdot 10^{-4}$	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$2,78 \cdot 10^{-3}$	$5,02 \cdot 10^{-3}$	$7,39 \cdot 10^{-3}$

On constate qu'en première approximation, les points sont alignés dans le repère $(1/F, A)$ (fig. 2.18). La variation de A peut donc être représentée par une hyperbole équilatère d'équation :

$$A = a + \frac{b}{F} \quad (2.4)$$

Les coefficients a et b sont déterminés par la méthode des moindres carrés dans le repère $(1/F, A)$. Numériquement, on obtient :

$$A = 1,02 + \frac{77,0}{F} \quad (2.5)$$

2.2.3.2 - Etude du paramètre B

Elle est plus délicate que celle du paramètre A, car B est fonction de F et de M.

2.2.3.2.1 - Etude en fonction de F

Les variations de B avec F sont représentées sur la figure (2.19). On constate que B est une fonction croissante de F.

La représentation des points expérimentaux dans le repère (F^2, B) (fig. 2.20) montre que ces points sont relativement bien alignés pour chaque valeur de M. Nous proposerons donc une relation empirique :

$$B = \alpha_1 F^2 + \beta_1 \quad (2.6)$$

où α_1 et β_1 sont des fonctions de la masse.

Le dépouillement des résultats dans le repère (F^2, B) par la méthode des moindres carrés donne les résultats suivants :

M	α_1	β_1
22,0 kg	$3,40 \cdot 10^{-9}$	$-3,40 \cdot 10^{-4}$
19,9 kg	$2,50 \cdot 10^{-9}$	$-5,17 \cdot 10^{-4}$
17,7 kg	$2,07 \cdot 10^{-9}$	$-4,27 \cdot 10^{-4}$
15,5 kg	$1,81 \cdot 10^{-9}$	$-3,90 \cdot 10^{-4}$

Bien entendu, physiquement B ne peut pas devenir négatif.

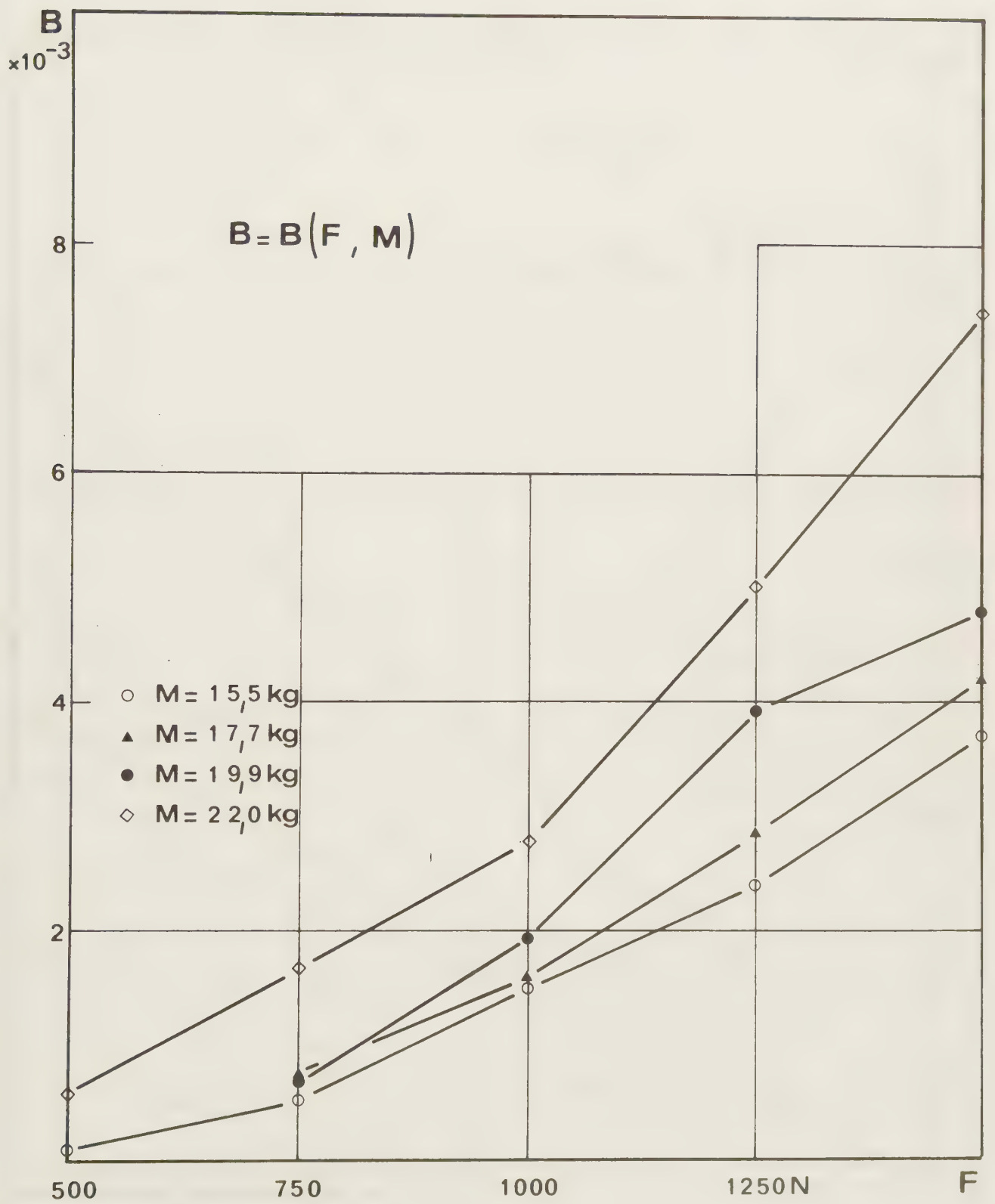


Fig. 2.19

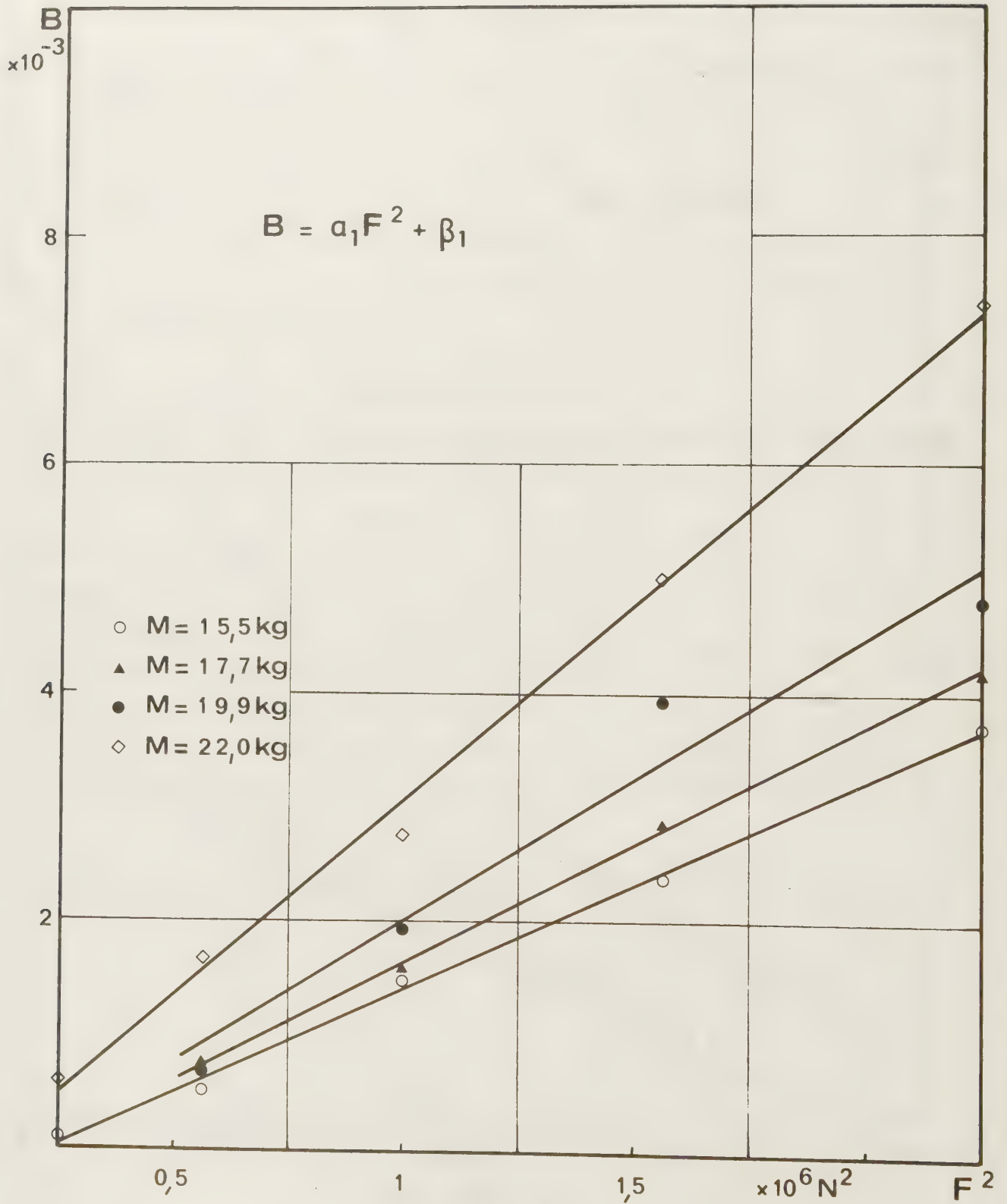


Fig. 2.20

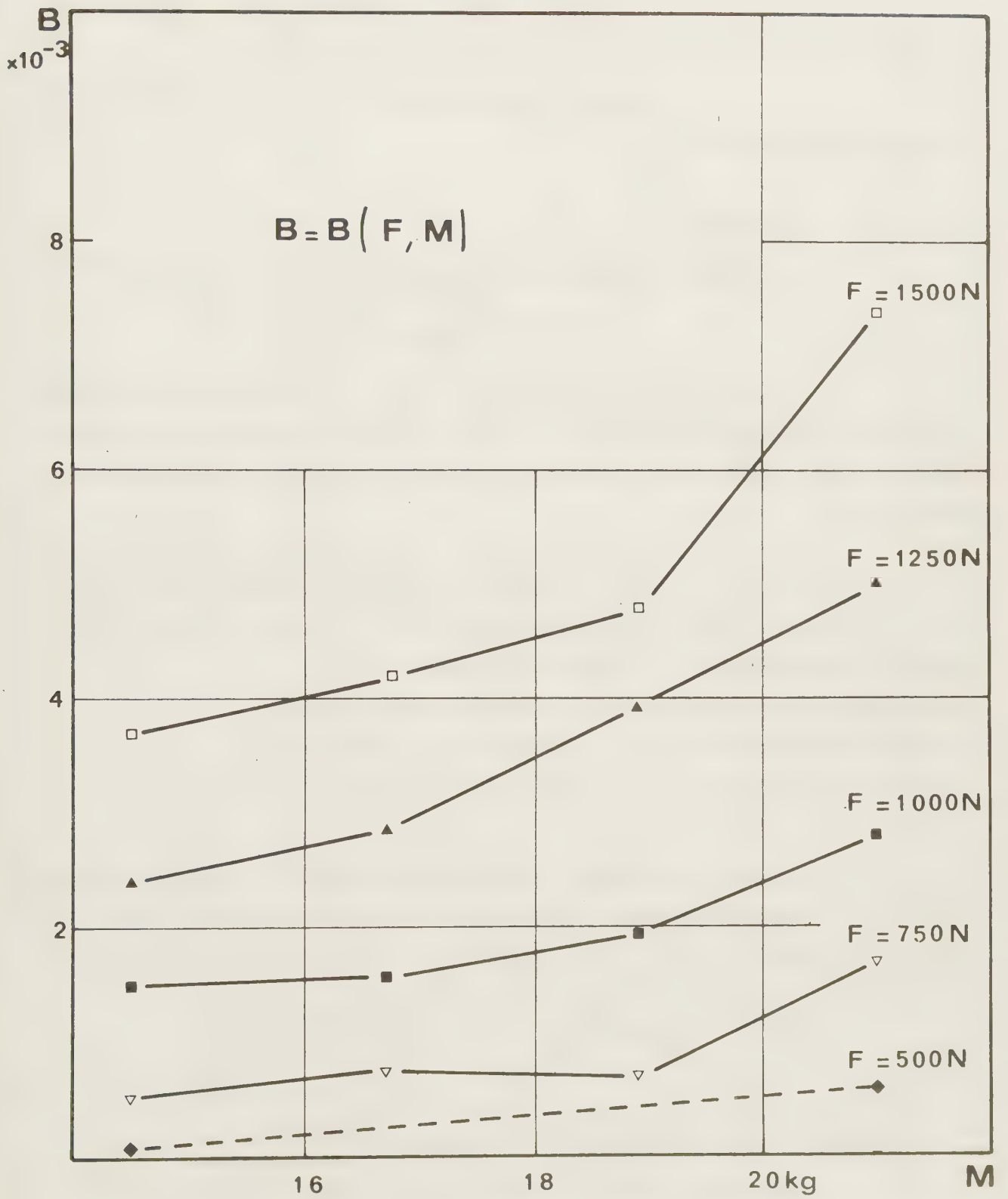


Fig. 2.21

2.2.3.2.2 - Etude en fonction de M

Les variations de B en fonction de M sont représentées à la figure (2.21). On constate globalement que B est une fonction croissante de M. En regardant le tableau $\alpha_1(M)$ et $\beta_1(M)$, on peut dire que α_1 croît régulièrement avec M, mais on ne peut tirer aucune conclusion sur β_1 .

Le domaine de variation de M est trop limité pour que l'on puisse proposer une loi $B = B(M)$.

2.2.4 - Conclusion

Nous sommes à présent en mesure de préciser la relation (2.1)

$$\dot{X} = \frac{B}{X^A} = \frac{\alpha_1(M) F^2 + \beta_1(M)}{X^{(a+b/F)}} \quad (2.7)$$

Les variations de $\dot{X}$ calculées à partir de la relation précédente (2.7) sont représentées aux figures (2.22) et (2.23), respectivement en fonction de X pour différentes valeurs de F et en fonction de F pour différentes valeurs de X.

- On constate dans le premier cas que pour une amplitude donnée de la force de fonçage, la vitesse diminue rapidement au début du fonçage car $\dot{X}$ est une fonction hyperbolique de X. Ainsi, pour $F = 1500$ N et $M = 17,7$ kg, prenant comme référence la vitesse obtenue pour $X = 0,5$, si on multiplie la fiche par 2, la vitesse diminue de 65,3 %

_____ 3 _____	81,4 %
_____ 4 _____	88,0 %
_____ 5 _____	91,5 %

- En ce qui concerne l'influence de F sur la vitesse, on constate qu'elle est d'autant plus importante que la fiche est grande (fig. 2.23). Ainsi, pour $M = 17,7$ kg, en prenant comme référence la vitesse obtenue pour $F = 750$ N, si on double F, la vitesse est multipliée par 4,0 pour $X = 0,5$ m

6,9 pour $X = 1,0$ m
7,1 pour $X = 1,5$ m
8,1 pour $X = 2,0$ m
9,5 pour $X = 2,5$ m

- Les variations de la durée de fonçage en fonction de F et de X découlent directement de ce qui précède (fig. 2.24 et 2.25). L'intérêt de disposer d'une amplitude importante pour la force de fonçage apparaît également lorsqu'on compare entre eux les différentes durées de fonçage. Reprenons

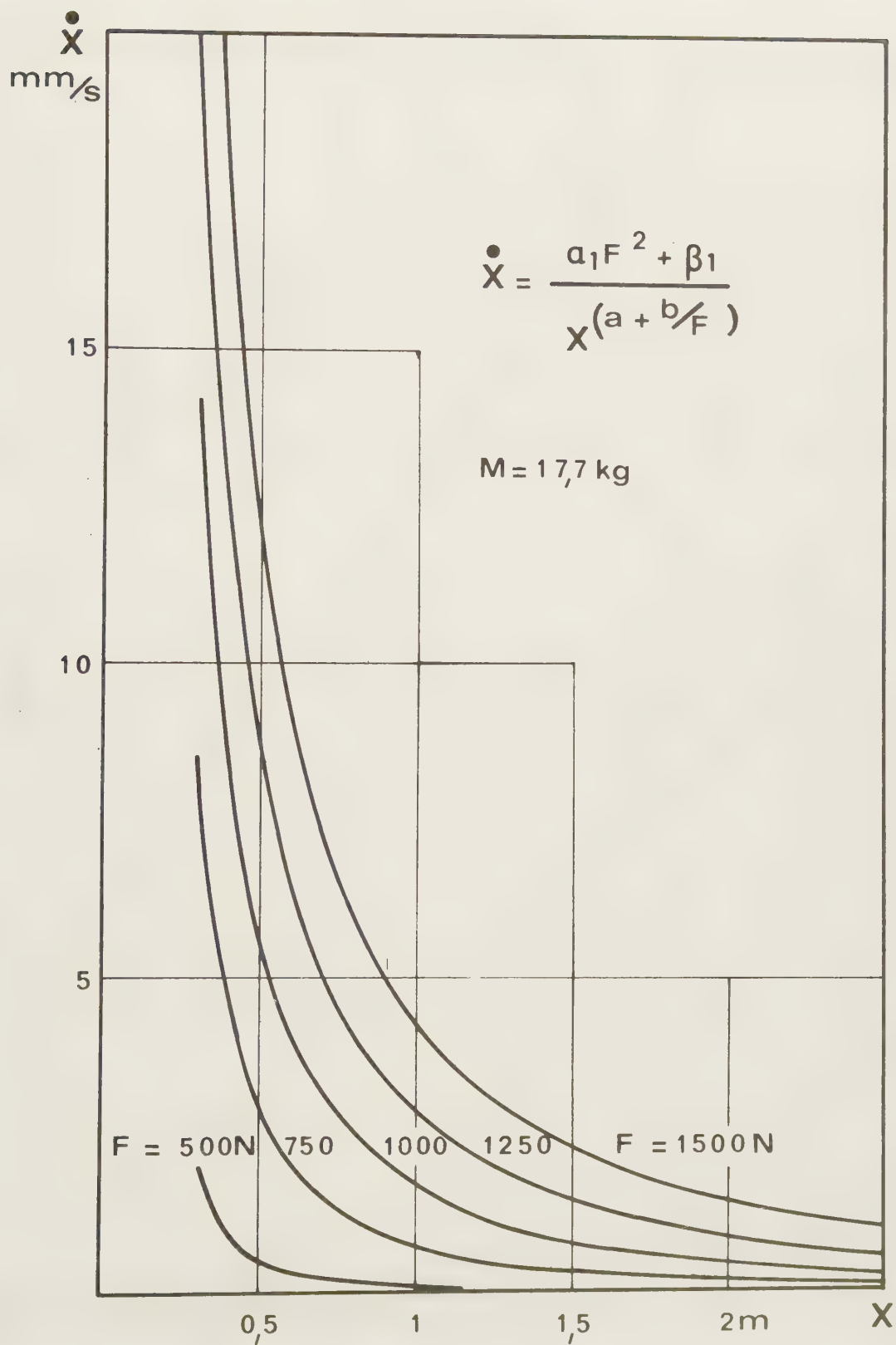


Fig.2.22

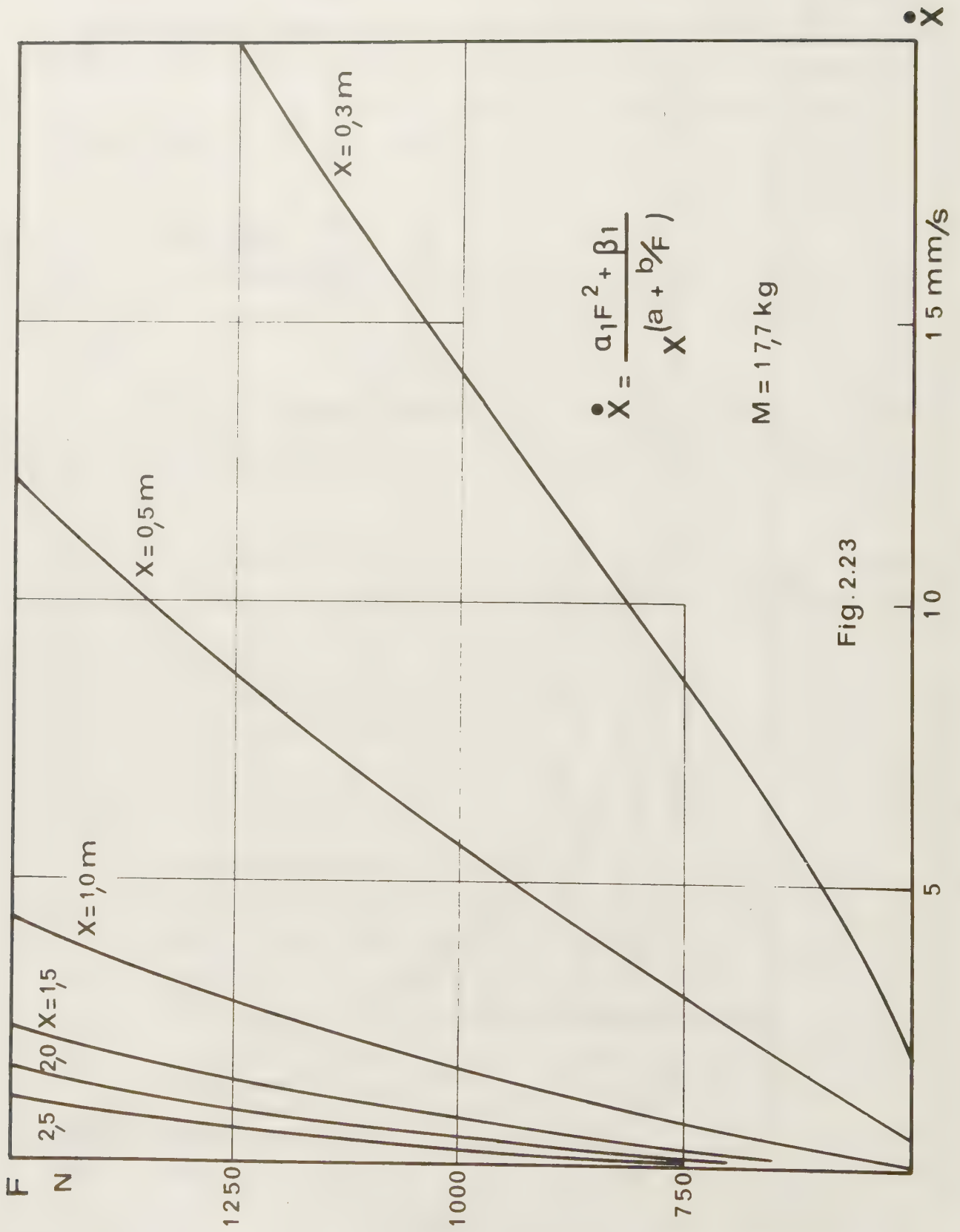
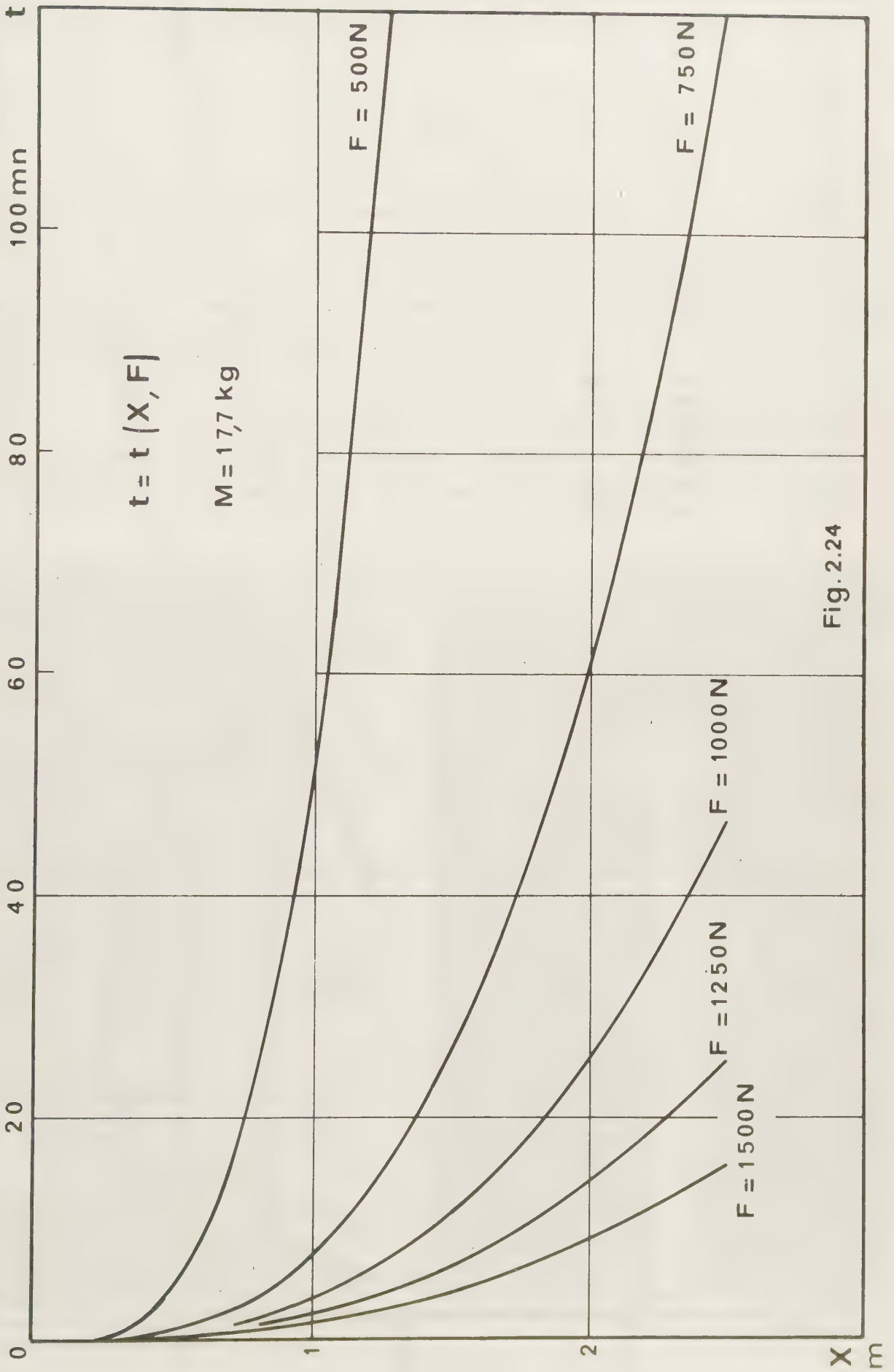
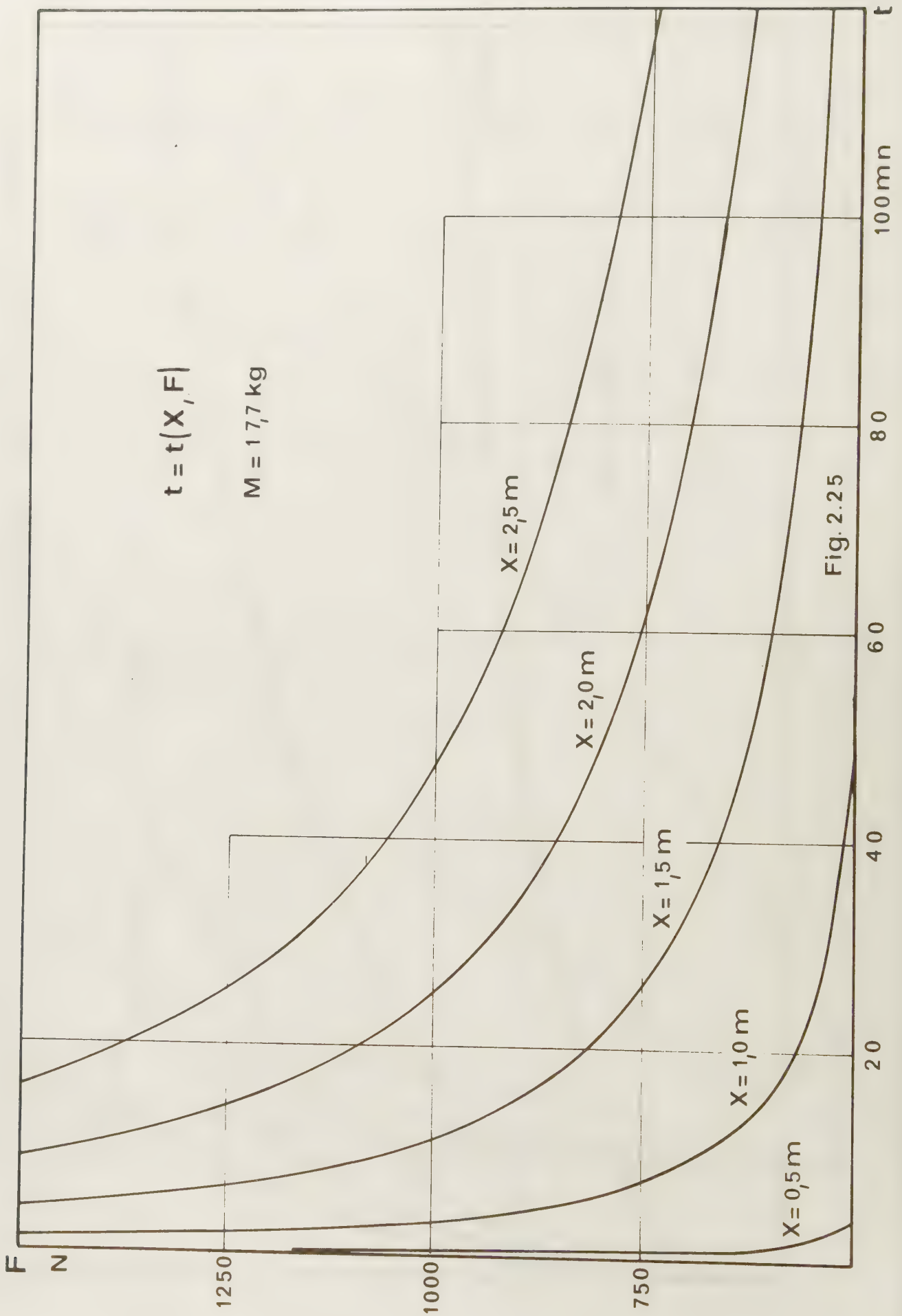


Fig. 2.23





l'exemple précédent, c'est-à-dire $M = 17,7$ kg avec comme référence la durée de fonçage pour $F = 750$ N. En multipliant F par 2, la durée est divisée par :

3,5 pour $X = 0,5$ m

4,8 pour $X = 1,0$ m

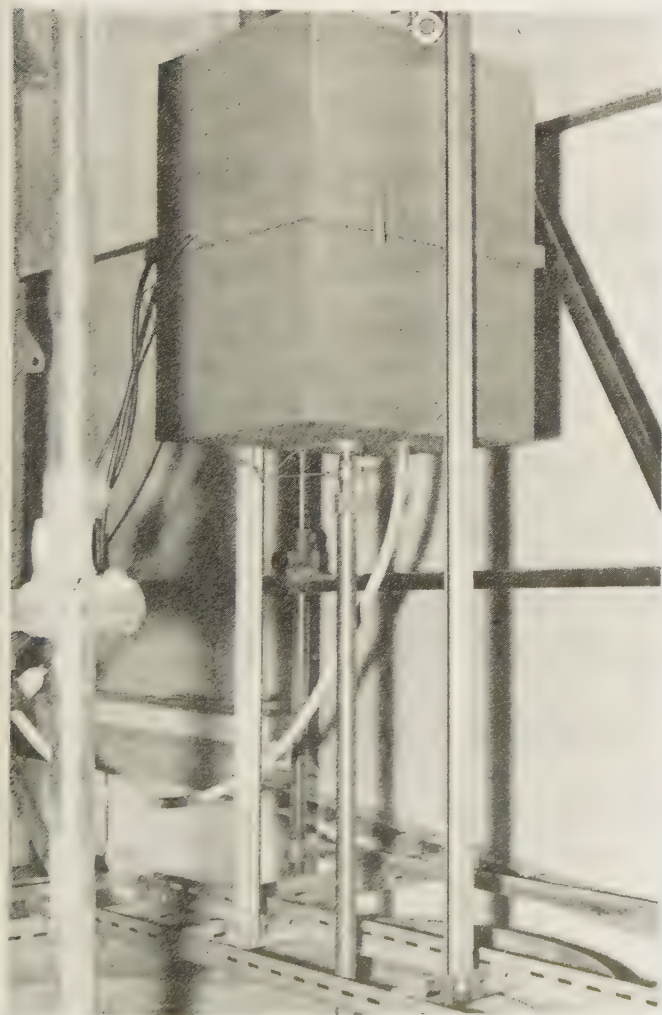
5,9 pour $X = 1,5$ m

6,8 pour $X = 2,0$ m

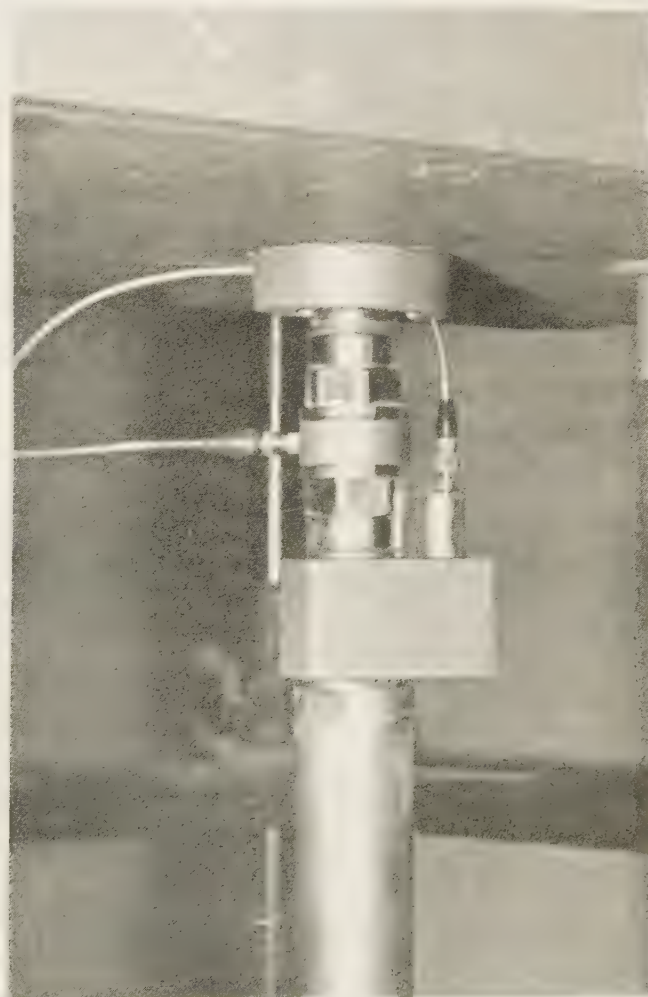
7,6 pour $X = 2,5$ m

A partir de ces résultats, l'utilisateur du vibro-fonçage à fréquence élevée - s'il connaît la puissance qu'il doit fournir pour chaque valeur de F - sera en mesure de choisir l'amplitude de la force dynamique pour une consommation minimum d'énergie.

De plus, d'après nos résultats expérimentaux, il ressort que la durée de fonçage, donc l'énergie consommée, diminue de façon importante lorsqu'on augmente le poids du système (pour une même valeur de F).



Montage expérimental



Capteurs de force et d'accélération

Chapitre 3

ESSAI D'INTERPRETATION

Lors du fonçage d'un pieu dans un sol, deux forces s'opposent au mouvement :

- la résultante des forces de frottement
- la résultante des forces de pointe

Dans le cas du fonçage par vibration, nous décomposerons chacune de ces résultantes en un terme dit "constant" (lentement variable) et un terme périodique.

Considérons un élément du pieu de surface $d\sigma$ et situé à une distance x de la surface du sol.

Le mouvement de cet élément est un mouvement de translation que nous décomposerons en :

- un mouvement uniforme (de vitesse "constante" $\dot{X}$)

- un mouvement périodique $Y \cos \omega t$, Y désignant l'amplitude des oscillations de l'élément considéré. Cette amplitude est proportionnelle à l'amplitude F de la force de fonçage et dépend de la distance moyenne u de l'élément à la pointe du pieu.

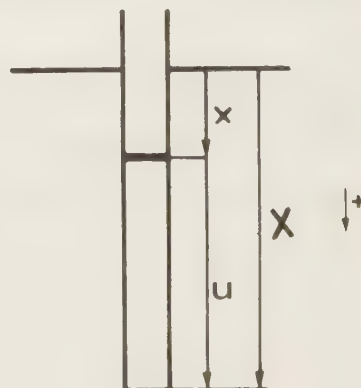


Fig. 3.1

$$u = X - x \quad (3.1)$$

La vitesse de chaque élément du pieu a donc pour expression :

$$v = \dot{X} - \varepsilon(X-x) F\omega \sin \omega t \quad (3.2)$$

3.1 - HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

3.1.1 - Sur la résultante des forces de frottement latéral

3.1.1.1 - Hypothèses

Nous ferons les hypothèses suivantes, données par le Professeur PIRONNEAU :

- Le mouvement alternatif de chaque section du pieu diminue de façon sensible le volume de sol intéressé par le fonçage.

- Dans cette zone de faible épaisseur entourant le pieu, les grains de sable ont un mouvement désordonné qui diminue fortement le coefficient de frottement f_1 du sable sur le pieu et supprime toute force ayant l'allure d'une force de rappel élastique.

3.1.1.2 - Résultante des forces de frottement latéral

Le Professeur PIRONNEAU nous a aidés pour la mise en équation et conseillés pour les calculs qui vont suivre.

3.1.1.2.1 - Expression générale

Soit $p(x)$ la pression appliquée par le sol en un point du pieu situé à la distance x de la surface du sol. Sur un élément de surface $d\sigma$ s'applique une force normale $p(x)d\sigma$ et une force tangentielle $f_1 p(x)d\sigma$ dirigée verticalement et en sens inverse du mouvement.

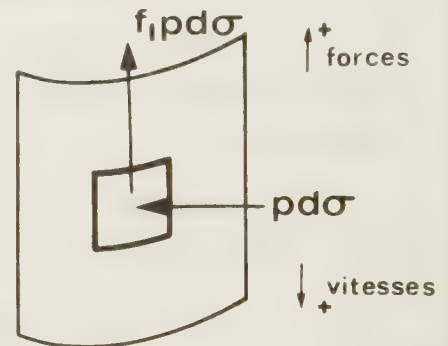


Fig. 3.2

Comme v et p sont constants pour tous les points situés à la même distance x de la surface du sol, la résultante F_ℓ des forces de frottement a pour expression :

$$F_\ell = \int_0^X f_1 p(x) \operatorname{sgn}(v) dx \quad (3.3)$$

* s désigne le périmètre du pieu.

* Le coefficient de frottement f_1 dépend de la nature des matériaux en contact. Il peut être une fonction de p et de v . Pour un pieu et un sable donné, nous admettrons que f_1 est constant.

* On admettra en première approximation que p est une fonction linéaire de la profondeur :

$$p = \lambda x \quad (3.4)$$

Soit F_ℓ la partie "constante" de la force de frottement latéral

f_ℓ la partie périodique de la force de frottement latéral (de pulsation ω)

La relation (3.3) peut alors s'écrire :

$$F_\ell + f_\ell = s f_1 \lambda \int_0^X x \operatorname{sgn}(v) dx \quad (3.5)$$

3.1.1.2.2 - Etude des différents cas possibles

* $\dot{X} > \varepsilon(X-x) F\omega$ quel que soit le point du pieu considéré.

La vitesse v est positive. Par conséquent, la force de frottement latérale est "constante".

$$F_{\lambda} = s f_1 \lambda \frac{X^2}{2} \quad (3.6)$$

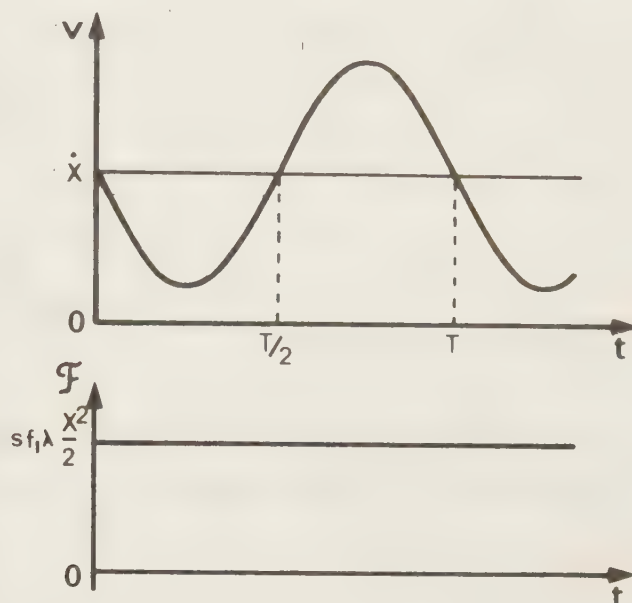


Fig. 3.3

$$** \dot{X} = 0$$

La partie "constante" de la vitesse étant nulle, la partie "constante" de la force de frottement latéral est également nulle.

$$\begin{cases} F_{\lambda} = 0 \\ f_{\lambda} = \pm s f_1 \lambda \frac{X^2}{2} \end{cases} \quad (3.7)$$

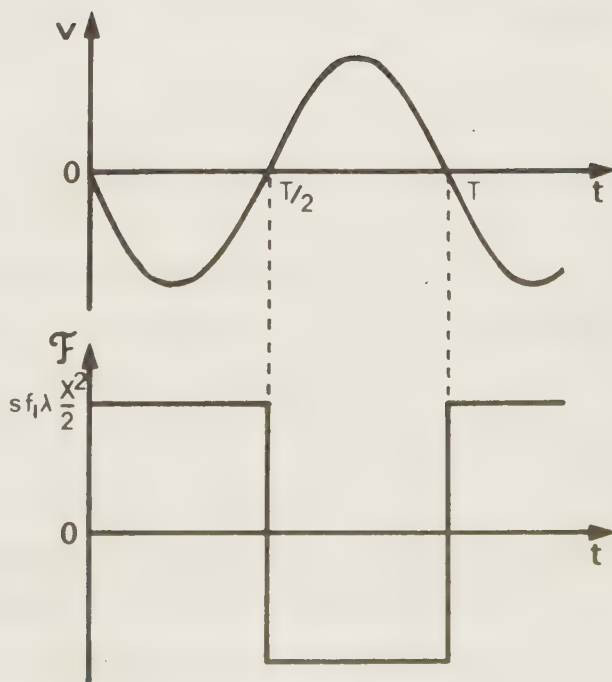


Fig. 3.4

*** $0 < \dot{X} < \varepsilon(X-x) F\omega$

La vitesse change de signe en fonction du temps.
Pour un élément de surface $d\sigma$, la valeur moyenne de la force de frottement latéral a pour valeur :

$$dF_{\lambda} = 4 f_1 \lambda x \frac{\tau}{T} d\sigma \quad (3.8)$$

τ étant défini par :

$$\tau = \frac{1}{\omega} \text{Arc sin} \frac{\dot{X}}{\varepsilon(X-x)F\omega} \quad (3.9)$$

Pour tout le pieu :

$$F_{\lambda} = 4 s f_1 \lambda \int_0^X x \frac{\tau}{T} dx \quad (3.10)$$

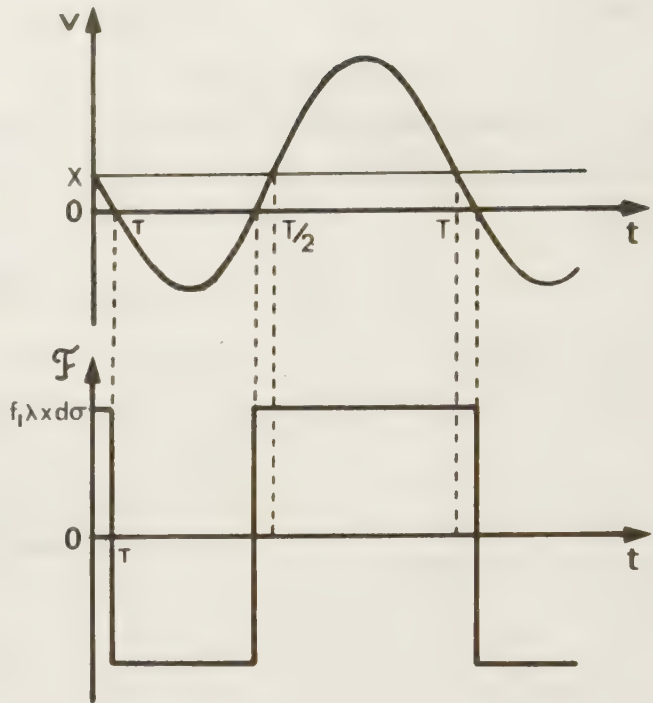


Fig. 3.5

**** Cas extrême $\dot{X} \ll \varepsilon(X-x) F\omega$

Dans ce cas : $\tau \approx \frac{\dot{X}}{\varepsilon(X-x) F\omega^2} \quad (3.11)$

On en déduit la valeur de F_{λ} .

$$F_{\lambda} = \frac{2s f_1 \lambda}{\pi} \frac{\dot{X}}{F\omega} \int_0^X \frac{x}{\varepsilon(X-x)} dx \quad (3.12)$$

- L'expression de F_{λ} est analogue à celle d'une face visqueuse puisqu'elle est proportionnelle à la vitesse $\dot{X}$.

- F_{λ} est inversement proportionnel à l'amplitude F de la force de fongage et à la pulsation de l'excitation.

Supposons en outre que $\varepsilon(X-x)$ est constant, c'est-à-dire que l'amplitude des oscillations est identique en chaque point du pieu. L'expression de la valeur moyenne de la force de frottement est alors :

$$F_{\lambda} = \frac{s f_1 \lambda}{\varepsilon \pi} \frac{\dot{X} X^2}{F\omega} \quad (3.13)$$

Dans ce cas, F_{λ} est proportionnel au carré de la fiche.

3.1.1.2.3 - Conclusions

De ce qui précède, on déduit que la partie "constante" de la résultante des forces de frottement est dirigée en sens inverse du mouvement, et que si $\dot{X}$ est nul, F_{λ} est nul également.

En extrapolant les résultats obtenus au chapitre 1 (§ 1.4.1.2), on peut estimer que $\varepsilon(X-x)F\omega$ est globalement supérieur à $\dot{X}$ pendant les essais de fonçage (sauf peut-être au début des essais). La relation (3.13) étant obtenue dans un cas extrême, nous poserons par hypothèse :

$$F_{\lambda} = \eta(X,F) \text{ s.X}.\dot{X} \quad (3.14)$$

c'est-à-dire que nous supposons que F_{λ} est proportionnel à :

- la surface de contact entre le pieu et le sable
- la vitesse de fonçage
- un coefficient moyen fonction de la fiche et de l'amplitude de la force de fonçage. On peut s'attendre à ce que ce coefficient soit inversement proportionnel à F .

En écrivant la relation (3.14), nous supposons également - que les variations de la fréquence d'excitation (10 %) au cours des essais de fonçage entraînent des variations de F_{λ} inférieures aux incertitudes dues aux mesures et à la dispersion des résultats, - qu'on peut remplacer le coefficient de proportionnalité entre l'amplitude des oscillations et l'amplitude de la force de fonçage par un coefficient constant sur toute la longueur fichée du pieu, mais variant avec la fiche.

Les essais de fonçage n'ayant été effectués que pour un seul diamètre de pieu, rien ne permet d'affirmer actuellement que η n'est pas fonction des dimensions transversales du pieu. Aussi, dans toute la suite utiliserons nous la pseudo-vibroviscosité η_1 définie par :

$$\eta_1(X,F) = s\eta(X,F) \quad (3.15)$$

F_{λ} s'écrit alors :

$$F_{\lambda} = \eta_1(X,F) \text{ X}.\dot{X} \quad (3.16)$$

Remarque : BARKAN [1] suggère de remplacer le sable par un liquide visqueux "équivalent". La force de frottement latéral s'obtient alors en résolvant l'équation de Navier-Stokes et l'équation de continuité. L'annexe A3 est consacrée à l'exposé et à la comparaison de trois méthodes différant entre elles par les hypothèses simplificatrices introduites au cours des calculs.

3.1.2 - Sur la résultante des forces de pointe

Pour un sable donné et un pieu de dimensions transversales données, la résultante des forces de pointe est fonction a priori :

- du poids Mg du système excitateur-pieu
- de la fiche X
- de l'amplitude ϵ_0 des oscillations de la pointe du pieu
- de la fréquence d'excitation N .

Nous ferons les hypothèses suivantes :

- On peut remplacer le sol en contact avec la pointe du pieu par un ressort élasto-plastique, les caractéristiques de ce ressort étant fonction des paramètres ci-dessus.

- Le terme "constant" F_p de la résultante des forces de pointe est indépendant de la fiche. Cette hypothèse est faite par analogie aux résultats théoriques et expérimentaux obtenus en statique (Annexe A4).

Nous supposerons de plus que les variations de la fréquence d'excitation (10 %) au cours des essais de fonçage entraînent des variations de F_p inférieures aux incertitudes dues aux mesures et la dispersion des résultats.

L'amplitude ϵ_0 des oscillations de la pointe du pieu est proportionnelle à l'amplitude F de la force de fonçage. Nous poserons par hypothèse que le terme "constant" de la résultante des forces de pointe est fonction de F et de M .

$$F_p = F_p(F, M) \quad (3.17)$$

3.2 - ESSAIS AU POINT FIXE

Les essais au point fixe sont destinés à vérifier au moins partiellement la validité de nos hypothèses.

3.2.1 - Mode opératoire des essais au point fixe

Le pieu muni à son sommet de l'excitateur, est foncé jusqu'à la fiche X , l'amplitude de la force de fonçage étant F_1 . Après arrêt de l'excitation, tout le poids Mg du système excitateur-pieu est encaissé par le sol. Un anneau dynamométrique est alors fixé d'une part à un point fixe, et d'autre part à l'excitateur par l'intermédiaire d'une cordelette en nylon (fig. 3.6). Pour l'instant, cet anneau dynamométrique n'est soumis à aucun effort. En appliquant à nouveau la force de fonçage d'amplitude F_1 , on constate que l'anneau se déforme (il y a donc un léger enfoncement du système excitateur-

pieu). Au bout d'un certain temps, la déviation de l'aiguille du comparateur monté sur l'anneau dynamométrique atteint une limite dont on note la valeur.

On augmente ensuite l'amplitude de la force de fonçage par paliers successifs (jusqu'à $F = 1500 \text{ N}$), et on relève à chaque palier la valeur de la déviation limite du comparateur monté sur l'anneau dynamométrique.

Après la dernière mesure, l'excitation est interrompue et on désolidarise l'excitateur de l'anneau dynamométrique. On poursuit alors le fonçage jusqu'à une nouvelle valeur X de la fiche, l'amplitude de la force de fonçage étant F_1 . Après arrêt de l'excitation, l'anneau dynamométrique est à nouveau mis en place et on recommence les mêmes opérations que précédemment.

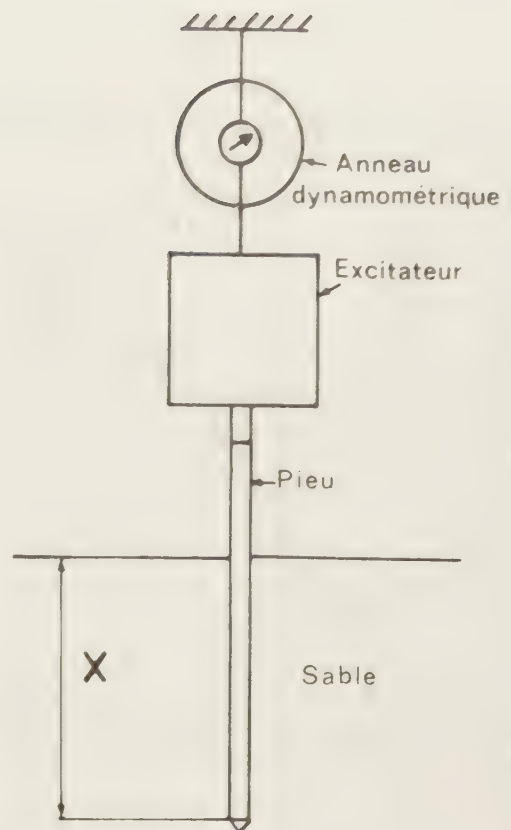


Fig. 3.6

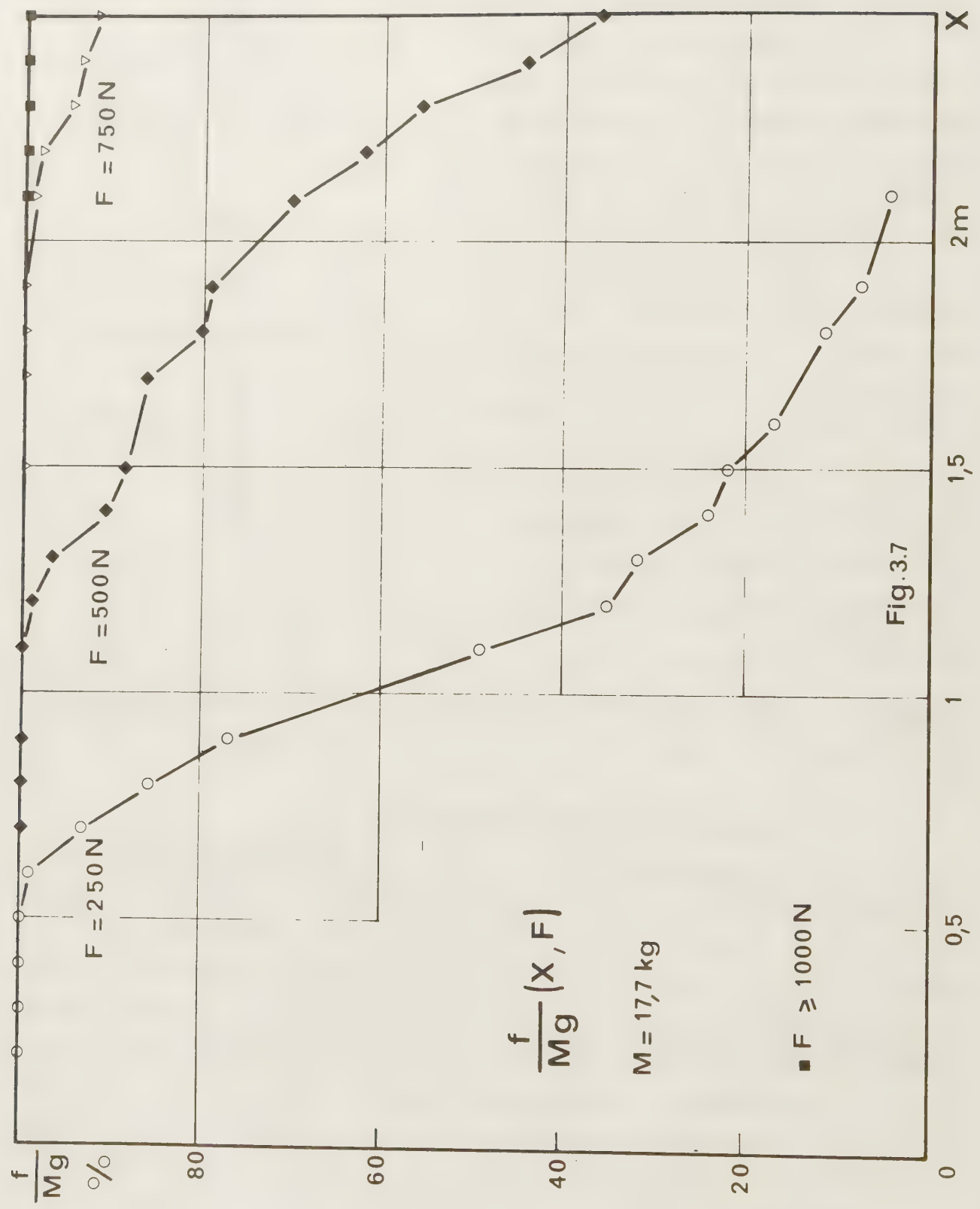
Remarque : Le comparateur de l'anneau dynamométrique joue le rôle de filtre et n'indique que la composante "constante" de la force appliquée.

3.2.2 - Résultats des essais au point fixe

Désignons par $f(X, F)$ la force "constante" indiquée par l'anneau dynamométrique pour une valeur X donnée de la fiche et une amplitude F donnée de la force de fonçage. Les courbes de la figure (3.7) représentent les résultats obtenus. On constate que pour $F = 250 \text{ N}$, 500 N et 750 N , il existe une fiche maximale X_s - qui croît avec F - jusqu'à laquelle, au point fixe, le terme "constant" de la force appliquée par le sable au pieu est nulle.

$$\text{En effet :} \quad f(X, F) = Mg \quad \text{pour } X \leq X_s(F) \quad (3.18)$$

$$\text{c'est-à-dire} \quad F_p + F_l = 0 \quad \text{pour } X \leq X_s(F) \quad (3.19)$$



3.2.3 - Essai d'interprétation lorsque $X \leq X_s$

* Au point fixe, la vitesse de fonçage est nulle. Nous avons vu au § 3.1.1.2.2 que la partie "constante" de la force de frottement latéral est nulle dans ce cas. La relation (3.14) posée par hypothèse conduit à la même conclusion.

** On peut penser que le ressort élasto-plastique par lequel nous avons remplacé le sable en contact avec la pointe du pieu (§ 3.1.2) perd ses propriétés élastiques après un certain nombre de cycles si l'amplitude des oscillations de la pointe est suffisamment grande (phénomène de "fatigue"). Il n'y aurait plus alors qu'un contact apparent entre le sable et la pointe. Dans ce cas, l'action exercée par le sable sur la pointe serait nulle. La figure (3.7) montre que l'amplitude des oscillations nécessaire pour atteindre le seuil où le ressort perd ses propriétés élastiques croît avec la fiche.

Les résultats expérimentaux obtenus au point fixe lorsque $X \leq X_s$ ne contredisent pas les hypothèses faites précédemment. La méthode de mesure utilisée ne permettant pas de dissocier F_u et F_p on ne peut, pour l'instant, tirer aucune conclusion lorsque $X > X_s$.

Remarque 1 : Tous les essais de fonçage (chapitre 2) et toute la suite de l'étude ne concernent que le domaine où X est inférieur ou égal à $X_s(F)$.

Remarque 2 : Nous n'avons pas obtenu de valeurs X_s pour les amplitudes de la force de fonçage supérieures ou égales à 1000 N, étant limités à une fiche de 2,5 mètres. On peut penser que ces valeurs existent et qu'on pourrait les déterminer en reprenant ces essais dans une cuve de profondeur suffisante.

Remarque 3 : Reprenons nos essais au point fixe, mais en diminuant par paliers l'amplitude F de la force de fonçage au lieu de l'augmenter après mise en place de l'anneau dynamométrique. On remarque alors que les indications du comparateur monté sur l'anneau dynamométrique sont identiques pour chaque palier, même si le dernier palier correspond à une amplitude nulle de la force de fonçage. Le sol a donc une certaine "mémoire" des états antérieurs. Par contre, si au cours de ces paliers on autorise un déplacement suffisant du pieu, on retrouve des valeurs de $f(X,F)$ comparables à celles obtenues précédemment en augmentant par paliers l'amplitude F de la force de fonçage.

3.3 - EQUATION GENERALE DU MOUVEMENT

L'équation générale du mouvement du système excitateur-pieu peut se décomposer en deux équations en identifiant d'une part les termes "constants" et d'autre part les termes périodiques.

L'équation relative aux termes "constants" s'écrit :

$$M_1 \ddot{X} = - F_p - F_\ell + Mg \quad (3.20)$$

M_1 représente la somme des masses de l'excitateur du pieu et des contrepoids.

Le terme $M_1 \ddot{X}$ est négligeable devant Mg dans l'équation du mouvement. Dans les cas les plus défavorables correspondant aux essais les plus rapides et pour lesquels les variations de la vitesse sont les plus importantes, l'erreur commise en négligeant $M_1 \ddot{X}$ devant Mg est de l'ordre de 5 % pour $X = 0,3m$, 1,5 % pour $X = 0,5 m$ et 1 % pour $X = 0,6 m$. Sachant que l'incertitude des mesures de la vitesse et donc de sa variation en fonction du temps est d'environ 5 % jusqu'à $X = 0,6 m$, cette hypothèse est justifiée.

L'équation du mouvement se réduit donc à :

$$Mg - F_\ell - F_p = 0 \quad (3.21)$$

Compte tenu des hypothèses faites, la partie "constante" de la force de frottement latérale est constante au cours de chaque essai de fonçage.

3.4 - EXPRESSION DE LA VITESSE - COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX -

3.4.1 - Expression de la vitesse

On peut exprimer la vitesse $\dot{X}$ de fonçage à partir des relations (3.14) et (3.21).

$$\dot{X} = \frac{Mg - F_p(F, M)}{\eta_1(X, F) \cdot X} \quad (3.22)$$

3.4.2 - Comparaison avec les résultats expérimentaux

La comparaison entre l'expression ci-dessus de la vitesse (3.22) et l'expression empirique de la vitesse (2.1) incite à poser :

$$\eta_1(X, F) = \eta_0 X^{(A(F)-1)} \quad (3.23)$$

On en déduit :

$$Mg - F_p(F, M) = \eta_0 B(F, M) \quad (3.24)$$

$\eta_1(X, F)$ et $A(F)$ étant indépendants de la masse M du système excitateur-pieu, la relation (3.23) montre que η_0 est indépendant de M . $F_p(F, M)$ et $B(F, M)$ étant indépendants de la fiche X du pieu, la relation (3.24) montre que η_0 est indépendant de X . Par conséquent, η_0 n'est fonction que de l'amplitude F de la force de fonçage.

$$\eta_0 = \eta_0(F) \quad (3.25)$$

η_0 est donc la valeur de la pseudo-vibroviscosité si celle-ci était indépendante de la fiche du pieu. On se souvient que $A(F)$ tend vers une valeur voisine de 1 lorsque F devient très grand. Par conséquent, la vibroviscosité deviendrait indépendante de la fiche pour des valeurs très grandes de l'amplitude de la force de fonçage.

L'expression de la vitesse peut aussi se mettre sous la forme :

$$\dot{X} = \frac{Mg - F_p(F, M)}{\eta_0(F) X^{A(F)}} \quad (3.26)$$

L'étude du cas particulier où la résultante des forces de pointe est nulle doit nous permettre d'obtenir les variations de $\eta_0(F)$ (relation 3.26). Ces variations connues, nous pouvons calculer la partie "constante" de la résultante des forces de pointe en fonction de F et de M (relation 3.26).

3.5 - ETUDE DU CAS PARTICULIER $F_p = 0$

Dans le cas particulier où la résultante des forces de pointe est nulle, l'équation du mouvement devient :

$$\dot{X} = \frac{Mg}{\eta_0(F) X^{A(F)}} \quad (3.27)$$

3.5.1 - Principe des essais

Une des méthodes permettant de faire des essais sans effort de pointe consiste à utiliser une cuve dont le fond est percé d'une ouverture par laquelle peut passer le pieu (fig. 3.8). C'est ce procédé qu'a utilisé BERNHARD [2] pour les mesures de vibroviscosité à basse fréquence.

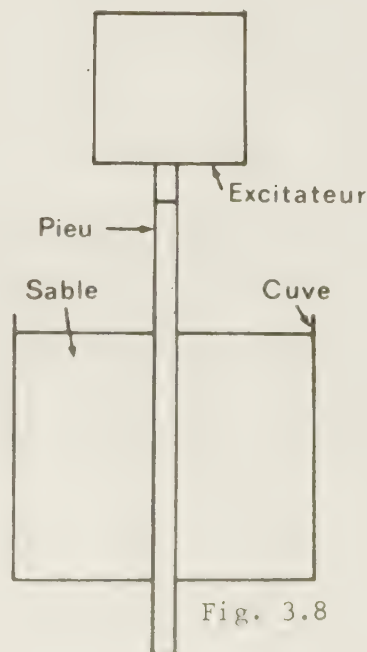


Fig. 3.8

3.5.2 - Conditions expérimentales

3.5.2.1 - Joint

Cette méthode impose l'utilisation d'un joint devant assurer essentiellement l'étanchéité de la cuve, et accessoirement le guidage du pieu. Après de nombreux essais, c'est un joint à lèvres en caoutchouc qui a été retenu pour sa souplesse et pour sa bonne étanchéité (fig. 3.9).

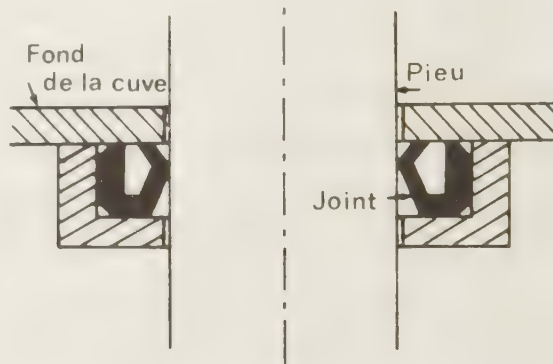


Fig. 3.9

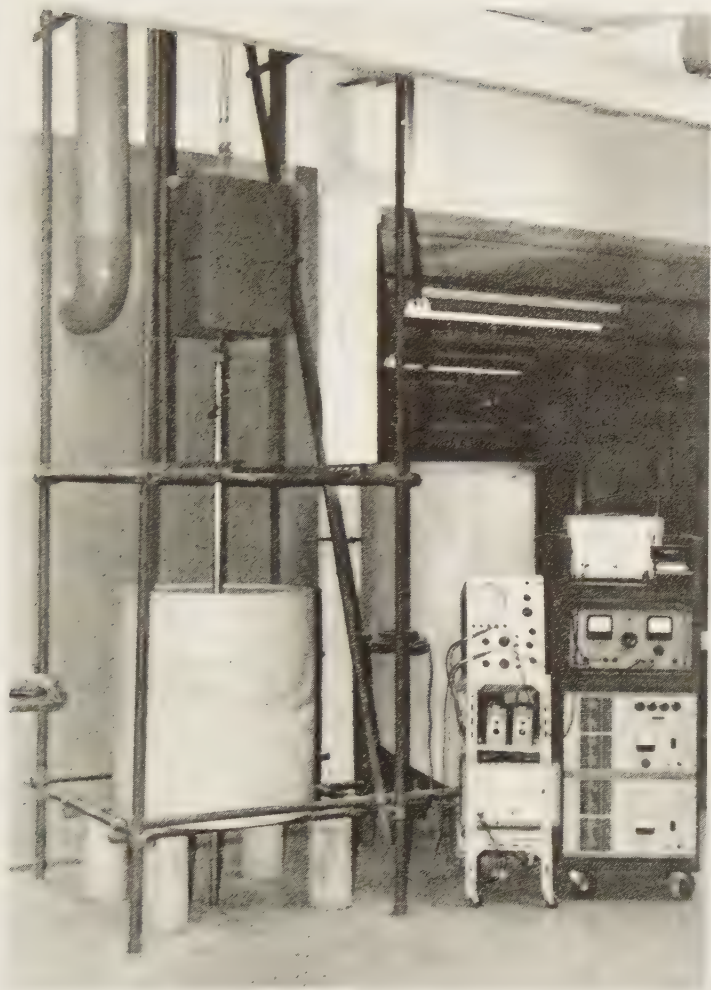
Ce joint a la particularité d'être unidirectionnel. On a choisi le sens ascendant pour le mouvement du pieu, de façon à éviter la pénétration du sable dans le joint. L'équation (3.27) reste valable quel que soit le sens du mouvement.

3.5.2.2 - Remplissage de la cuve

La cuve de 0,69 m de diamètre et de 0,80 m de hauteur utile est remplie de telle sorte que la masse volumique du sable soit la même que dans les expériences précédentes (chapitre 2) soit $\gamma = 1,68 \text{ g/cm}^3$.

3.5.2.3 - Matériel expérimental

Le reste du matériel est identique à celui utilisé lors des expériences précédentes (chapitre 2) à savoir : même excitateur, mêmes rails et roulettes de guidage, même système de contrepoids, mêmes appareils d'alimentation et de mesures ; ceci de façon à pouvoir comparer les résultats obtenus plus loin avec ceux obtenus précédemment. La course du système est de l'ordre de 1 m.



Dispositif expérimental

3.5.2.4 - Mesure du poids apparent du système excitateur-pieu

On retrouve les mêmes difficultés que lors des essais de fonçage, à savoir :

- difficulté d'obtenir une répartition uniforme de la densité du sable

- difficulté de maîtriser les forces de frottement parasites auxquelles s'ajoutent encore celle du joint sur le pieu. Si elles sont du même ordre de grandeur que lors des essais de fonçage, leur importance relative par rapport aux forces de frottement latéral est bien plus grande. La mesure du poids du système excitateur-pieu avant remplissage de la cuve (comme on l'avait fait lors des essais de fonçage) n'a pas donné satisfaction ; la mise en place du sol devait vraisemblablement modifier la valeur des forces de frottement au niveau du joint.

On a donc utilisé une autre méthode basée sur les conclusions tirées des essais au point fixe (§ 3.2.2). Cette méthode consiste à effectuer la mesure du poids à la fin de l'essai, le sable restant en place (figure 3.10). On a vu que le terme "constant" de la force de frottement latéral est nul si la vitesse est $\dot{X}$ est nulle, si l'amplitude des oscillations est suffisante. En appliquant une force d'excitation de grande amplitude, l'anneau dynamométrique fixé à l'extrémité du pieu d'une part et à un point fixe d'autre part, ne mesure que le poids apparent du système. L'amplitude de la force d'excitation lors de ces mesures était de l'ordre de 2000 N.

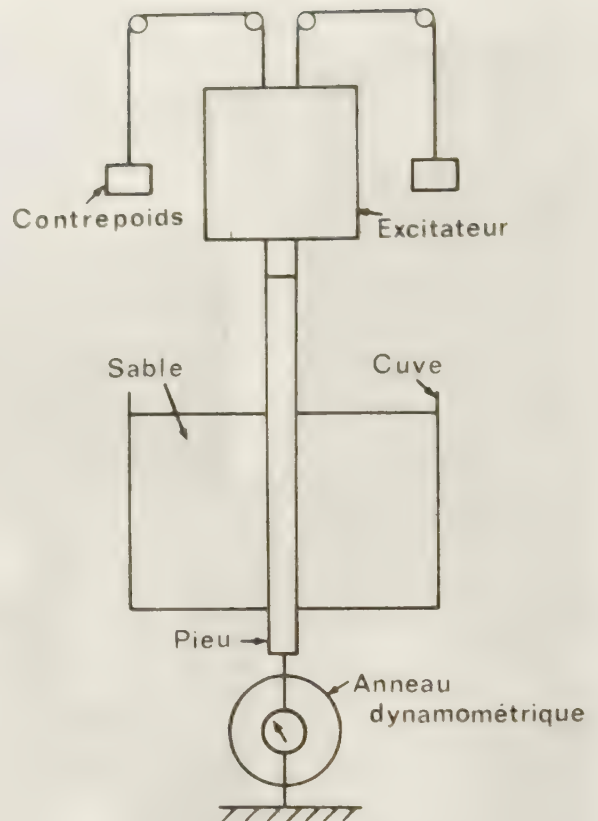


Fig. 3.10

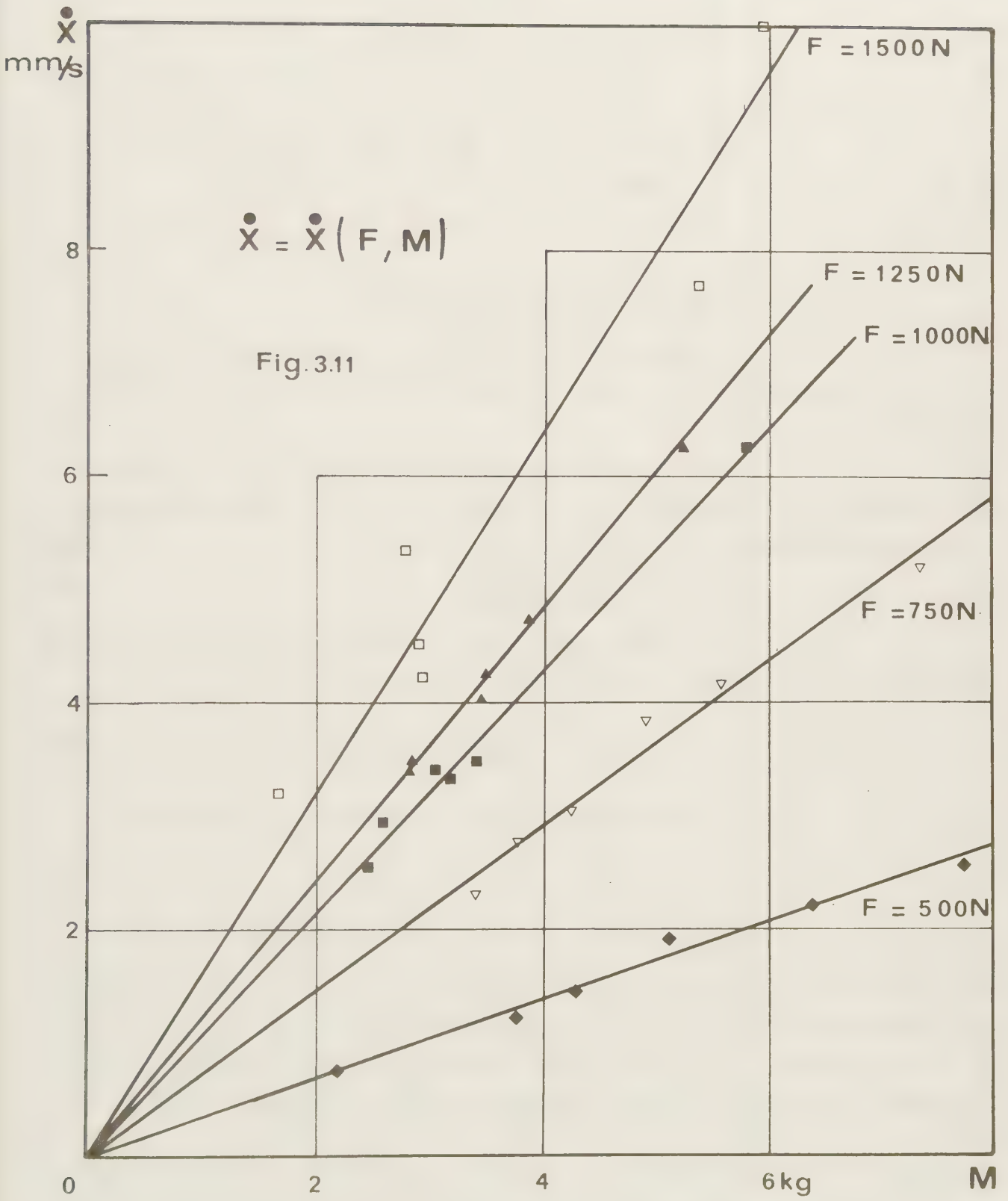
3.5.3 - Résultats expérimentaux

On vérifie expérimentalement au cours de chaque essai (effectué à F et M constants) que la vitesse $\dot{X}$ est constante à la précision des mesures et aux aléas expérimentaux près.

3.5.3.1 - Proportionnalité entre poids et vitesse

La figure (3.11) montre qu'il y a proportionnalité entre le poids Mg et la vitesse $\dot{X}$ pour chaque valeur de F . La fiche X_0 étant constante, X_0^A est une constante pour chaque valeur de F . On vérifie donc que η_0 n'est fonction que de F .

On trouvera dans le tableau suivant l'écart maximum entre les points expérimentaux ($M, \dot{X}$) et la droite passant par l'origine calculée par la méthode des moindres carrés.



F	Ecart maximum
1000 N	10,0 %
1500	7,3 %
2000	7,0 %
2500	5,6 %
3000	18,4 %

On constate que la plus grande dispersion est obtenue pour les essais les plus rapides.

3.5.3.2 - Relation empirique $\eta_o = \eta_o(F)$

Les valeurs de η_o ont été calculées par la relation (3.27) en prenant pour A les valeurs obtenues à la suite de la linéarisation (§ 2.2.2).

On constate que dans le repère $(F, 1/\eta_o)$ les points expérimentaux sont relativement bien alignés (fig. 3.1 2). Nous proposons donc la relation empirique :

$$\eta_o(F) = \frac{1}{\alpha F + \beta} \quad (3.28)$$

Le dépouillement dans le repère $(F, 1/\eta_o)$ par la méthode des moindres carrés donne les valeurs numériques suivantes (fig. 3.1 3).

$$\eta_o(F) = \frac{10^5}{9,42 \cdot 10^{-3} F - 2,67} \quad (3.29)$$

Cette fonction admet une asymptote verticale pour :

$$F_o' = -\frac{\beta}{\alpha} \approx 280 \text{ N} \quad (3.30)$$

η_o deviendrait donc infini pour $F = F_o'$. En fait, il faut éviter d'extrapoler sans précaution des résultats expérimentaux. La relation (3.30) n'est valable que dans le domaine d'étude ($500 \leq F \leq 1500 \text{ N}$). Il est vraisemblable que si l'on avait étudié le fongage pour des valeurs petites de F les hypothèses sur F_{λ} auraient été différentes et que les résultats expérimentaux nous auraient conduits à proposer une autre relation $\eta_o(F)$.

Remarque :

BERNHARD [2] a réalisé des essais similaires, mais en basse fréquence (25 Hz). Il a obtenu une relation de la forme :

$$Lu \ddot{X} = k_1 Lu \ddot{y} + k_2 \quad (3.31)$$

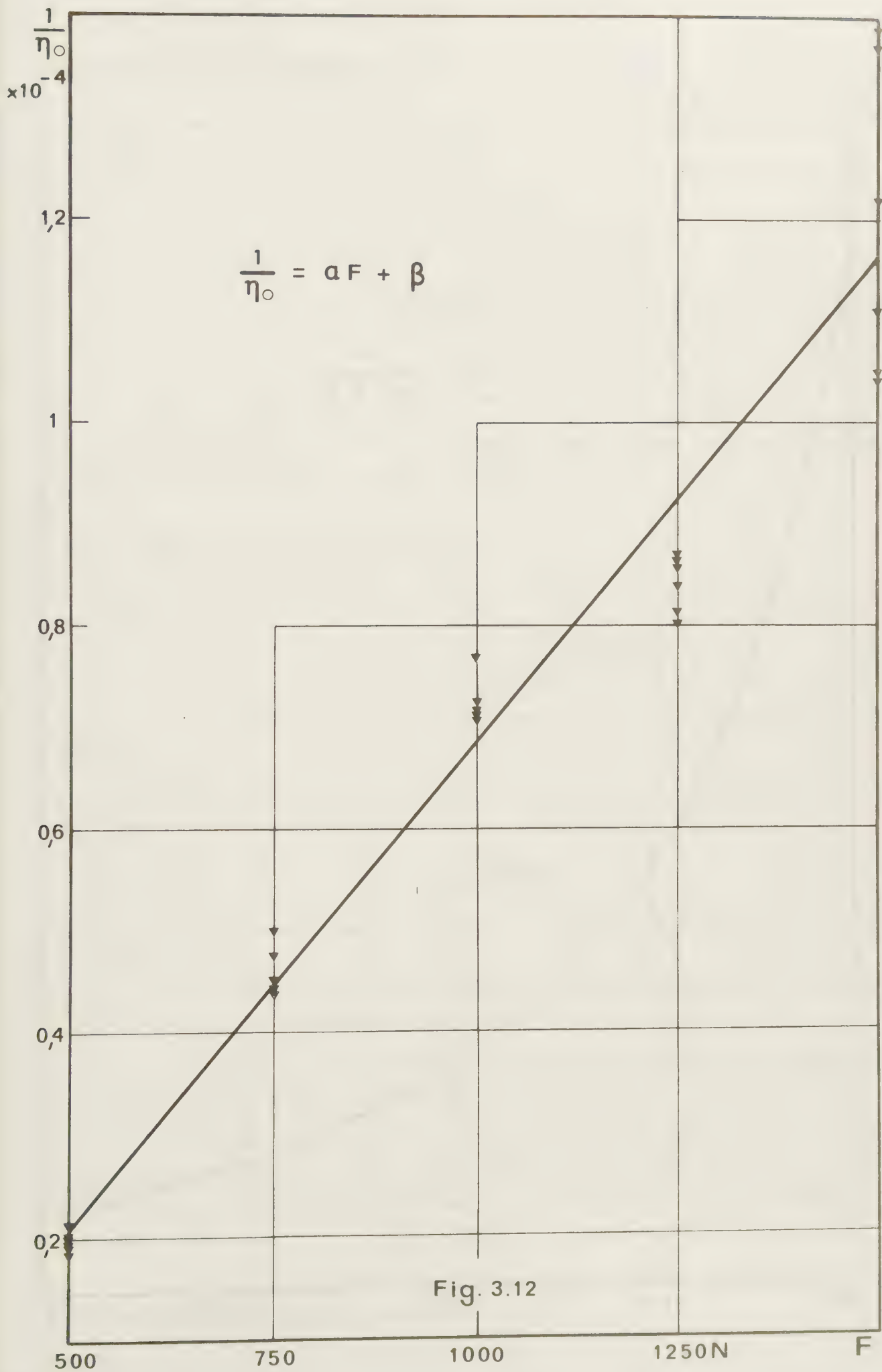
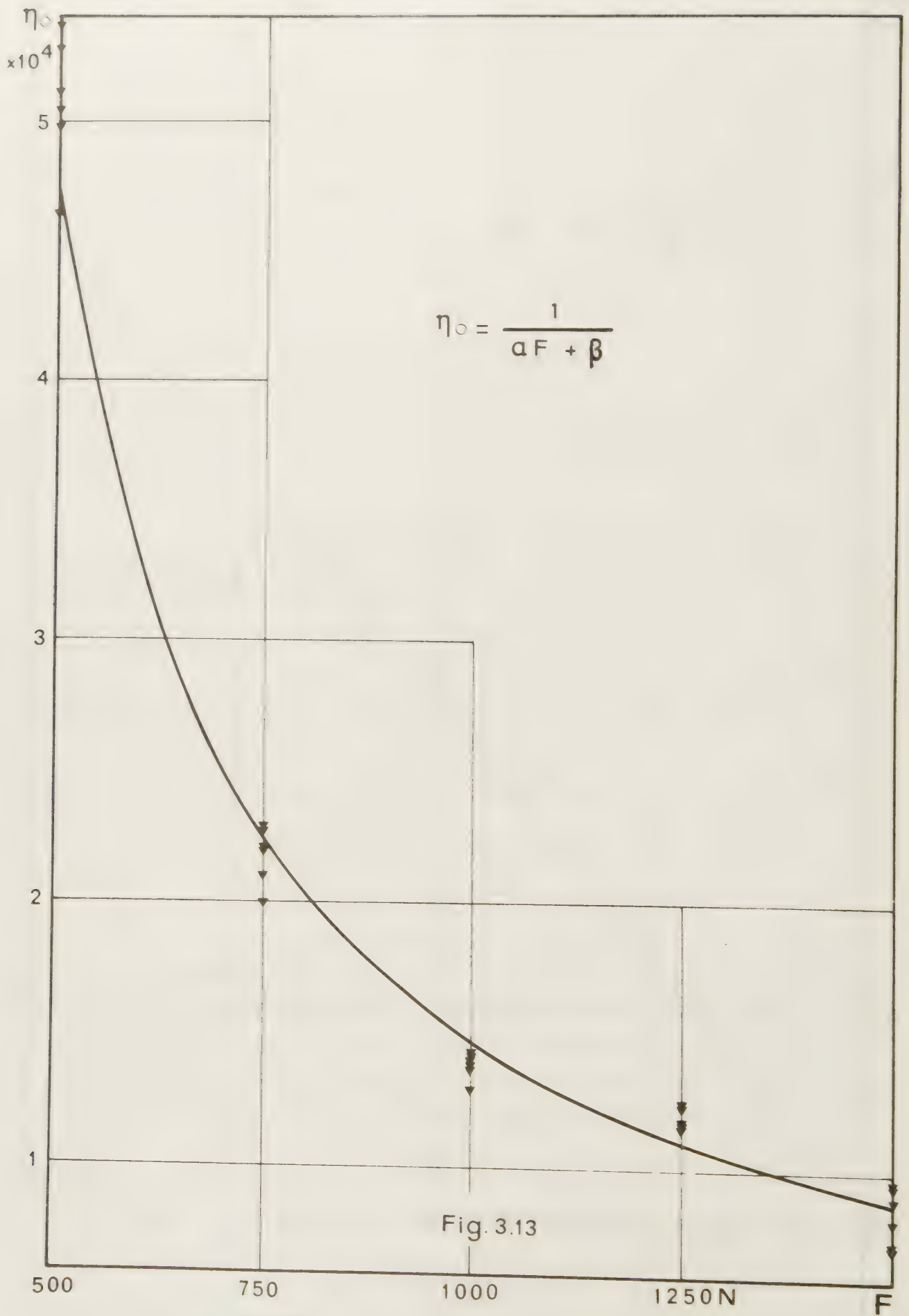


Fig. 3.12



$\ddot{y}$ désignant l'amplitude de l'accélération de la section supérieure du pieu. Comme $\ddot{y}$ et F sont proportionnels pour une longueur de pieu donnée, la relation (3.31) peut aussi s'écrire :

$$Lu \dot{X} = k_1 Lu F + k_2' \quad (3.32)$$

De notre côté, nous avons obtenu :

$$\dot{X} = \frac{Mg (\alpha F + \beta)}{X_o^{A(F)}} \quad (3.33)$$

$$\text{Soit encore : } Lu \dot{X} = Lu Mg + Lu (\alpha F + \beta) - A(F) Lu X_o \quad (3.34)$$

Résultat qui présente certaines analogies, mais aussi certaines différences avec le résultat obtenu par BERNHARD.

3.6 - VARIATIONS DE LA VIBROVISCOSITE

Nous sommes en mesure à présent de préciser les variations de la pseudo-vibroviscosité à partir des relations : (2.4), (3.23) et (3.28).

$$\eta_1(X, F) = \frac{1}{\alpha F + \beta} X^{(a-1+b/F)} \quad (3.35)$$

Les variations de $\eta_1(X, F)$ sont précisées sur les figures (3.14) et (3.15).

Compte tenu des relations (3.16) et (3.35), la partie "constante" de la résultante des forces de frottement latéral a pour expression :

$$F_{\lambda} = \frac{1}{\alpha F + \beta} X^{(a+b/F)} \dot{X} \quad (3.36)$$

Remarque :

Comparons cette relation (3.36) et celle calculée dans un cas extrême (3.13). On constate une grande analogie entre ces deux relations.

- D'une part, il apparaît un terme $\frac{1}{\alpha F + \beta}$ dans la relation empirique (3.36) et un terme $\frac{1}{F}$ dans la relation calculée (3.13).

- D'autre part, dans la relation empirique (3.36), la fiche apparaît à la puissance A (variant entre 1,4 et 2,8) alors que dans la relation calculée (3.13), elle apparaît à la puissance 2, valeur située dans le domaine de variation de A .

Il y a donc une bonne concordance entre ces deux relations, compte tenu des hypothèses simplificatrices faites.

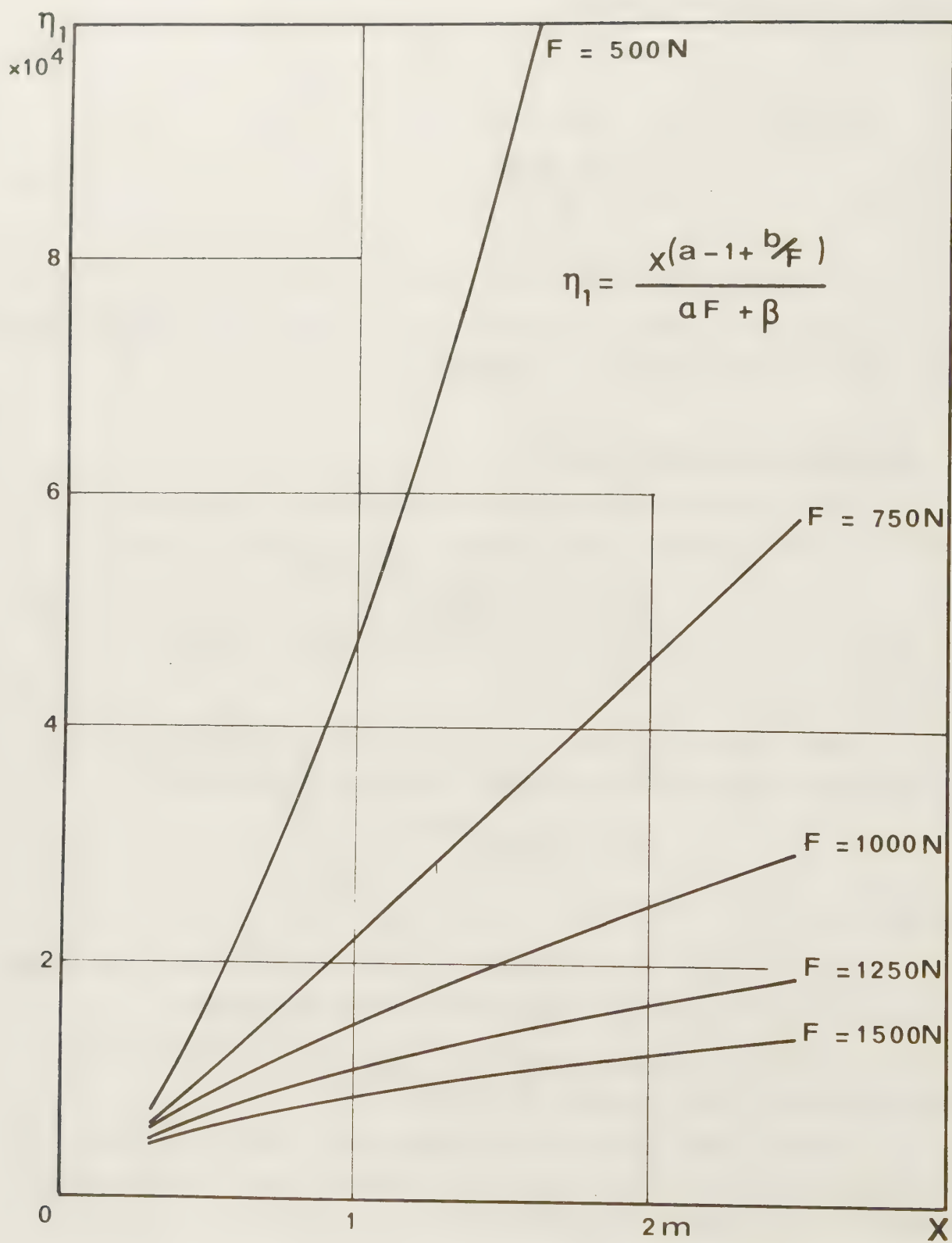
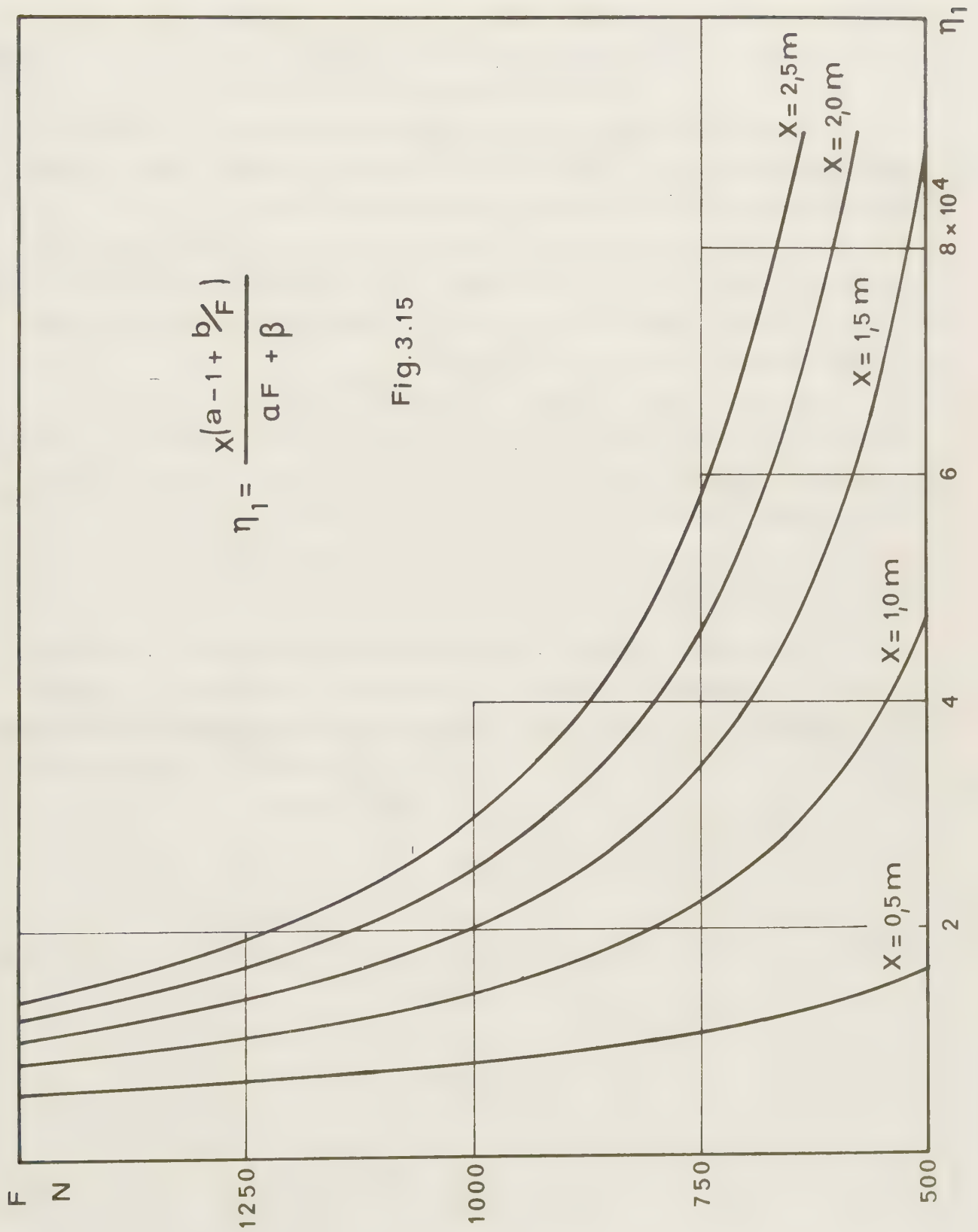


Fig. 3.14



3.7 - ETUDE DE LA FORCE DE POINTE F_p

La partie "constante" de la résultante des forces de pointe se déduit des relations (3.24), (3.28) et (2.6).

$$F_p(F, M) = Mg - \frac{\alpha_1(M) F^2 + \beta_1(M)}{\alpha F + \beta} \quad (3.37)$$

Cette relation n'est pas une fonction linéaire de F . Pourtant en traçant les courbes $F_p(F, M)$ (fig. 3.16) d'après la relation (3.37), on constate qu'elles sont très plates dans notre domaine d'étude.

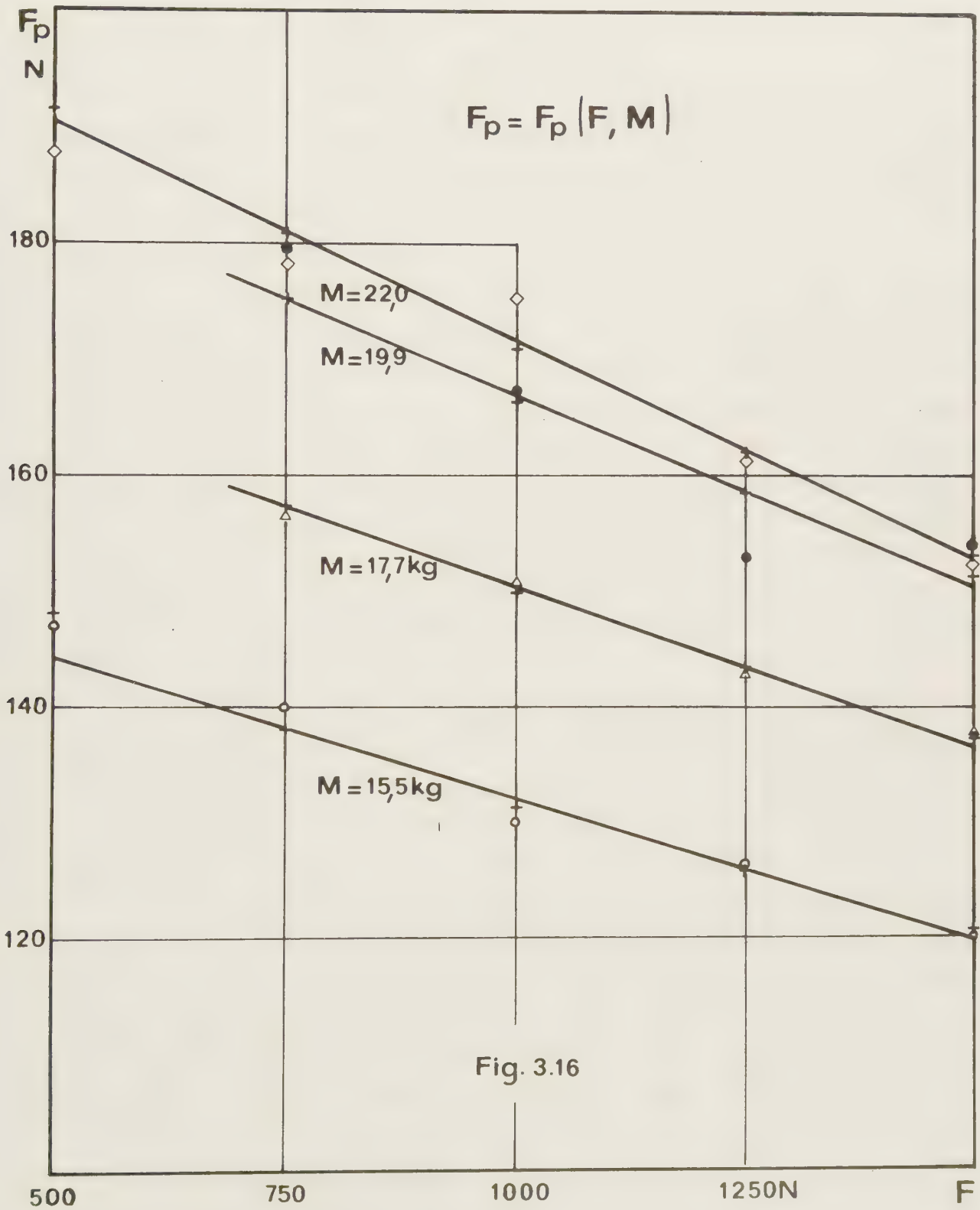
Sur la figure (3.16) on a représenté les points (+) calculés par la relation (3.37) et les droites passant par les points obtenus pour $F = 750$ N et 1250 N. L'erreur maximum entre les courbes réelles et en droites n'excède pas 3,3 % (pour $F = 500$ N et $M = 15,5$ kg).

Sur cette même figure, on a représenté les points calculés en utilisant directement les valeurs expérimentales de $B(F, M)$ (tableau du chapitre 2). L'erreur maximum entre ces points et les points calculés par la relation (3.37) est de 3,7 % (pour $F = 1250$ N et $M = 19,9$ kg).

On pourra donc remplacer les courbes $F_p(F, M)$ par des droites avec une bonne approximation.

Il n'est pas possible de préciser les variations de F_p en fonction du poids du système excitateur-pieu. On remarquera pourtant que la force de pointe représente une part d'autant plus importante du poids du système que celui-ci est faible. Ainsi, pour F variant de 500 à 1500 N, le rapport F_p/Mg varie de :

89 % à 71 % pour $M = 22,0$ kg
et de 98 % à 79 % pour $M = 15,5$ kg



CONCLUSIONS - PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Les résultats obtenus au chapitre 3 se révèlent intéressants. En effet, l'expression de la partie "constante" de la résultante des forces de frottement sec, bien qu'obtenue dans un cas particulier et moyennant certaines hypothèses, est analogue à celle d'une force visqueuse. On retrouve là un résultat que de nombreux auteurs avaient posé par hypothèse en basse fréquence, en remplaçant les forces de frottement sec par une force de frottement visqueuse équivalente.

Il n'en reste pas moins que l'étude poursuivie jusqu'ici est extrêmement limitée. En effet, si nous avons pu déterminer les variations des termes "constants" de la résultante des forces de frottement latéral et de la résultante des forces de pointe, nous n'avons aucun renseignement sur les termes périodiques. Il conviendrait donc de poursuivre l'étude en réalisant des expériences permettant de mesurer ces termes périodiques. Des capteurs montés à l'intérieur d'un pieu creux devraient donner des renseignements précieux sur son comportement au cours du fonçage et en particulier permettre de connaître les variations du coefficient de proportionnalité entre l'amplitude des oscillations de chaque section du pieu et l'amplitude de la force de fonçage.

On pourrait alors envisager une étude de l'énergie dissipée et comparer éventuellement l'énergie qu'il faut fournir au système en vibrofonçage à fréquence élevée, en vibrofonçage à basse fréquence, en vibropercussion et en battage classique. Il serait également intéressant de comparer la zone de sable perturbée et le comportement du sol dans cette zone dans chacun des cas.

Au cours des essais de fonçage, nous n'avons fait varier que deux paramètres : l'amplitude de la force de fonçage et le poids du système. Si les résultats sont relativement complets en ce qui concerne le premier paramètre, il conviendrait d'élargir le champ des mesures du second. D'autre part, il faudrait également faire varier la densité du sol, le diamètre du pieu et reprendre l'étude avec un sol d'angle de frottement interne différent. Dans notre cas, la partie "constante" de la force de pointe est nettement plus importante que la partie "constante" des forces de frottement latéral. Il serait intéressant de voir si l'on aboutit à un résultat analogue pour d'autres valeurs des paramètres.

ETUDE DU FONCTIONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DE L'EXCITATEUR

Compléments

VARIATION DE L'AMPLITUDE DE LA FORCE D'EXCITATION AVEC LA SECTION S DU FER DOUX

La réluctance d'un circuit magnétique est de la forme :

$$R = \frac{1}{s} \left(\frac{l}{\mu} + \frac{ne}{\mu_0} \right) \quad (A.1)$$

l : longueur moyenne des lignes de champ dans le fer

e : longueur de l'entrefer

n : nombre d'entrefers

μ : coefficient de perméabilité du fer

En conséquence, quel que soit le montage des bobines (fig. 1.2), l'amplitude de la force d'excitation est proportionnelle à la section de fer doux.

OPTIMALISATION DU CIRCUIT ALTERNATIF

L'impédance des bobines continues se réduit à la résistance pure qui est faible si on utilise du fil de cuivre de section suffisante. En revanche, les bobines alimentées en courant alternatif se comportent comme une self dont le coefficient de self induction L est :

$$L = \frac{n^2 a}{R_a} \quad (A.2)$$

L'angle ϕ de déphasage entre courant et tension est voisin de $\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire que le $\cos \phi$ est voisin de zéro. Pour améliorer le rendement électrique du circuit alternatif, il suffit de monter un condensateur en série dans le circuit, ce qui a pour effet de diminuer l'angle de déphasage ϕ et d'abaisser l'impédance de l'ensemble donc d'augmenter le courant dans la self pour une même tension de sortie du générateur.

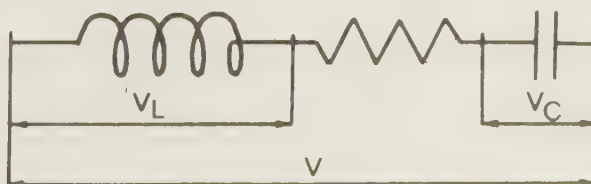


Fig. A.1.1

Le module de l'impédance du système est alors :

$$Z = \sqrt{r_a^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \quad (A.3)$$

Le fonctionnement optimum est obtenu lorsque l'impédance est minimum, c'est-à-dire à la résonance électrique du circuit obtenue lorsque :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \quad (A.4)$$

Cette relation permet de déterminer la capacité C du condensateur, connaissant L et ω .

En montant une self et un condensateur en série, on obtient aux bornes de chaque élément une tension supérieure à la tension d'alimentation de l'ensemble.

Soit : V le module de la tension d'alimentation

V_C le module de la tension aux bornes du condensateur

V_L le module de la tension aux bornes de la self.

A la résonance, le coefficient de surtension Q a pour valeur :

$$Q = \frac{V_L}{V} = \frac{L\omega}{r_a} \quad (A.5)$$

ou
$$Q = \frac{V_C}{V} = \frac{1}{C\omega r_a}$$

La détermination de Q est importante car elle permet :

- de choisir un condensateur dont la tension de "claquage" est supérieure à la tension à laquelle il est soumis ;
- de définir l'isolant entourant le fil de la self en fonction de la différence de potentiel entre deux spires consécutives.

FONCTIONNEMENT DES BOBINES

Pour des questions d'encombrement, il est commode de disposer une bobine au centre de l'excitateur et quatre bobines sur les branches latérales (fig. A.1.2). A priori, on peut alimenter la bobine centrale en courant continu et les bobines latérales en courant alternatif ou inversement la bobine centrale en courant alternatif et les bobines latérales en courant continu. On se propose de rechercher le montage pour lequel l'amplitude de la force E est maximum, un certain nombre de paramètres étant fixés. Ces paramètres sont :

- le champ magnétique continu B_c
- la puissance fournie à la self
- l'impédance de la self et par conséquent la tension à ses bornes et le courant
- la section du fer
- la valeur de l'entrefer

Pour faciliter la comparaison des deux montages, il est intéressant d'utiliser le schéma-type 0. C'est le schéma utilisé au début du chapitre qui correspond à la moitié du circuit électromagnétique de l'excitateur.

Soit : R_{ao} sa réluctance

B_{ao} le champ magnétique alternatif

r_{ao} la résistance pure de la self

Q_o le coefficient de surtension

n_{ao} le nombre de spires de la bobine alternative.

* Schéma-type 1 : bobine centrale alimentée en courant continu et bobines latérales alimentées en courant alternatif.

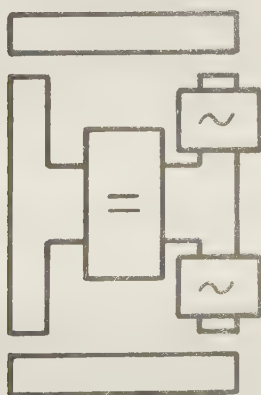


Fig. A.1.2



Circuit alternatif



Circuit continu

En admettant que les bobines alternatives sont identiques ainsi que les circuits magnétiques, la somme des champs alternatifs est nulle dans l'élément central. Les circuits magnétiques sont ceux représentés à la figure A.1.2.

En première approximation, on pourra admettre que la réluctance du circuit magnétique alternatif est le double de celle du schéma 0. En effet, si le nombre d'entrefer est bien le double de celui du schéma 0, la longueur du circuit magnétique n'est pas multipliée par deux. Cette longueur du circuit

magnétique jouant un rôle secondaire dans le calcul de la réluctance, comparée à la longueur des entrefers, l'approximation est suffisante pour la comparaison des montages.

* Schéma-type 2 : bobine centrale alimentée en courant continu et bobines latérales alimentées en courant alternatif.

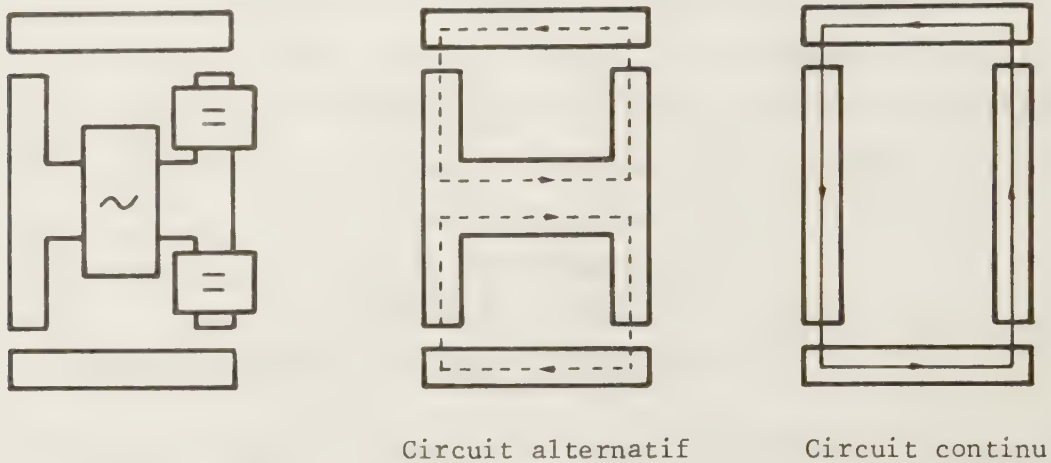


Fig. A.1.3

En admettant que les bobines continues sont identiques ainsi que les circuits magnétiques, la somme des champs continus est nulle dans l'élément central. Les circuits magnétiques sont alors ceux représentés à la figure A.1.3. La réluctance du circuit alternatif est égale à la moitié de celle du schéma 0.

Les résultats sont exprimés en fonction des caractéristiques du schéma type 0 et consignés dans le tableau suivant :

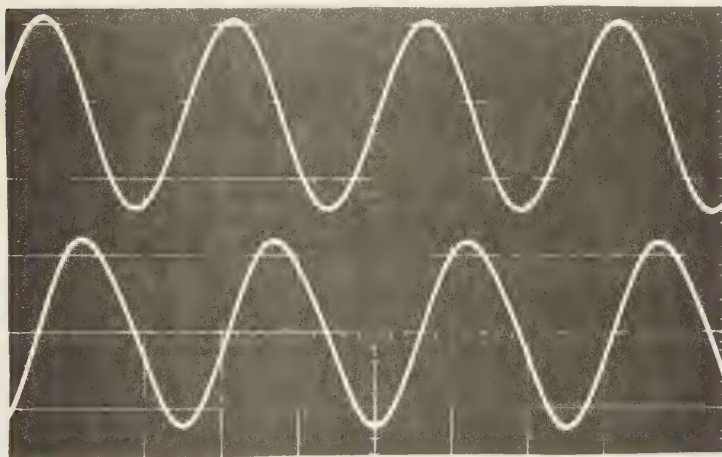
Schéma-type	0	1	2
Réluctance	R_{ao}	$2 R_{ao}$	$\frac{1}{2} R_{ao}$
Nombre de spires	n_{ao}	$\sqrt{2} n_{ao}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} n_{ao}$
Champ magnétique	B_{ao}	$\sqrt{2} B_{ao}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} B_{ao}$
Résistance pure	r_{ao}	$\sqrt{2} r_{ao}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} r_{ao}$
Coefficient de surtension	Q_{ao}	$\frac{\sqrt{2}}{2} Q_{ao}$	$\sqrt{2} Q_{ao}$

On constate que le champ magnétique du schéma-type 1 est double de celui du schéma-type 2 (et donc la force résultante également pour un même champ magnétique continu) alors que le coefficient de surtension est divisé par deux.

Le montage le plus intéressant est donc celui qui consiste à mettre la bobine continue au centre, et les bobines alternatives latéralement.

Remarque :

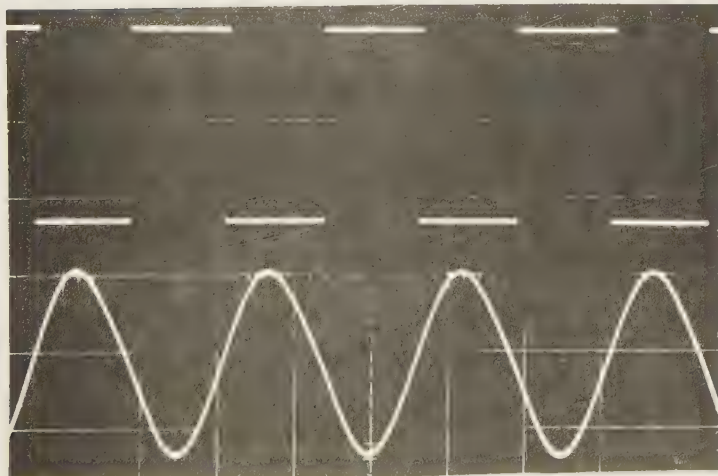
La force de fonçage délivrée par l'excitateur réalisé à l'E.N.S.M. reste sinusoïdale même si la tension alternative d'alimentation est carrée ou triangulaire (photos 1 à 3).



tension d'alimentation
sinusoïdale

(Photo 1)

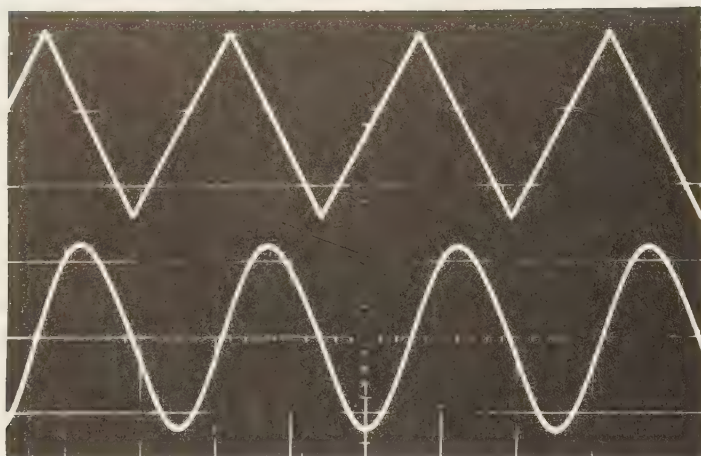
force de fonçage



tension d'alimentation
carrée

(Photo 2)

force de fonçage



tension d'alimentation
triangulaire

(Photo 3)

force de fonçage

Annexe A2

ETUDE DE L'ISOLATION ACOUSTIQUE DE L'EXCITATEUR

L'étude de l'isolation acoustique a été effectuée dans les conditions d'utilisation moyenne :

- fréquence d'excitation : $N = 1750 \text{ Hz}$
- amplitude de la force de fonçage : $F = 750 \text{ N}$

Toutes les analyses en fréquence sont faites par bandes de 1/3 d'octave.

A.2.1 - Excitateur nu

Les résultats de l'analyse en fréquence de l'excitateur sont représentés sur la figure A.2.1. On relève trois fréquences dominantes : 2000 Hz, 4000 Hz et 8000 Hz pour lesquelles le niveau sonore est respectivement de 90 dB, 80 dB et 84 dB. La fréquence principale est 2000 Hz.

Ce niveau sonore élevé nous a amenés à étudier l'isolation acoustique de l'excitateur.

A.2.2 - Etudes successives d'isolation acoustique de l'excitateur

A.2.2.1 - Boîtier non hermétique en bois

Dans un premier temps, l'isolation acoustique de l'excitateur est obtenue en enfermant l'excitateur dans un boîtier non hermétique en bois latté (figure 1.5). Les caractéristiques du boîtier sont les suivantes :

Dimensions : $0,55 \times 0,44 \times 0,35 \text{ m}$

Epaisseur du bois : 20 mm

Poids du boîtier : 9,6 kg

Poids au mètre carré : $8,2 \text{ kg/m}^2$

Les résultats de l'analyse en fréquence sont représentés sur la figure A.2.1. L'atténuation est importante :

21 dB à 2000 Hz

17 dB à 4000 Hz

52 dB à 8000 Hz

Les fréquences supérieures à 8000 Hz sont pratiquement éliminées.

A.2.2.2 - Boîtier hermétique en bois

Désirant améliorer encore l'isolation acoustique, nous avons rendu le boîtier hermétique. Les résultats de l'analyse en fréquence sont représentés sur la figure A.2.1. Par rapport au boîtier non hermétique, l'atténuation est peu sensible sauf pour les fréquences comprises entre 2500 et 5000 Hz. Ainsi à 4000 Hz, l'atténuation atteint à présent 28 dB.

A.2.2.3 - Boîtier hermétique équipé de laine de verre

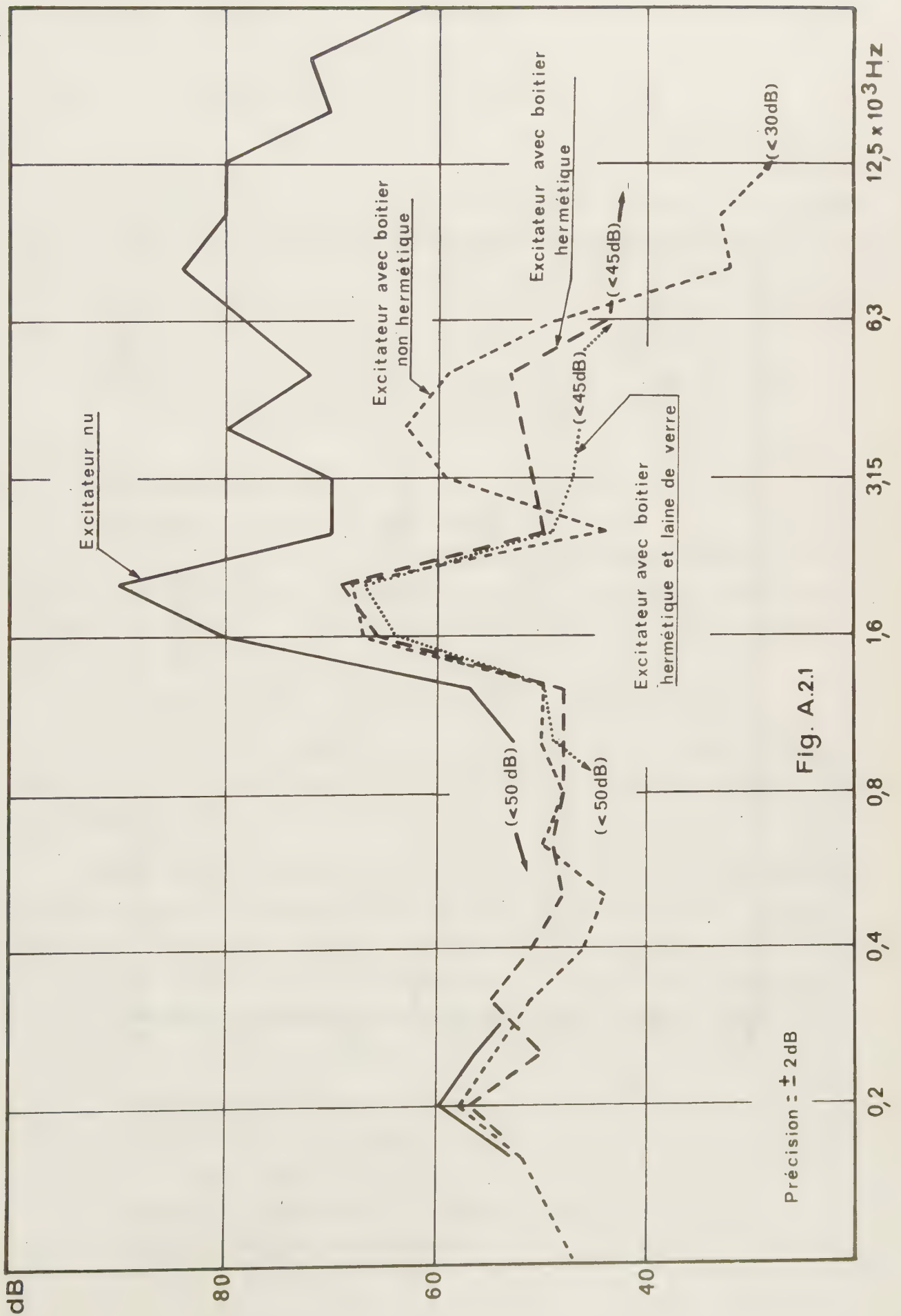
Le boîtier a ensuite été équipé intérieurement de laine de verre de 8 cm d'épaisseur. Le but n'est pas tant l'isolation acoustique que peut procurer la laine de verre - elle est infime par rapport à celle du boîtier en bois - sur l'onde directe, que l'absorption qu'elle procure sur les ondes réfléchies. Les résultats de l'analyse en fréquence sont représentés sur la figure A.2.1.

On constate que l'atténuation est peu sensible sauf pour les fréquences supérieures à 3150 Hz. Ainsi l'atténuation atteint à présent 33 dB à 4000 Hz.

A.2.3 - Conclusions

Dans l'ensemble, l'atténuation obtenue est appréciable. Si elle n'est que de 23 dB à 2000 Hz, elle atteint 33 dB à 4000 Hz et dépasse 52 dB à 8000 Hz. On peut estimer qu'un niveau sonore maximum de 67 dB à 2000 Hz en fonctionnement moyen est admissible dans un hall d'essai.

Il est possible de prévoir l'atténuation acoustique grâce à la loi de masse et à la loi de fréquence. Sachant que l'atténuation à 500 Hz est de 40 dB pour 100 kg (m^2) et qu'elle augmente de 4 dB lorsqu'on double la masse ou la fréquence, on peut tracer la courbe d'atténuation théorique (figure A.2.2). La comparaison de cette courbe avec celle représentant l'atténuation observée montre que cette dernière est très inférieure à celle attendue. En revanche, dès 4000 Hz, on atteint l'atténuation théorique pour même la dépasser au-delà de 8000 Hz.



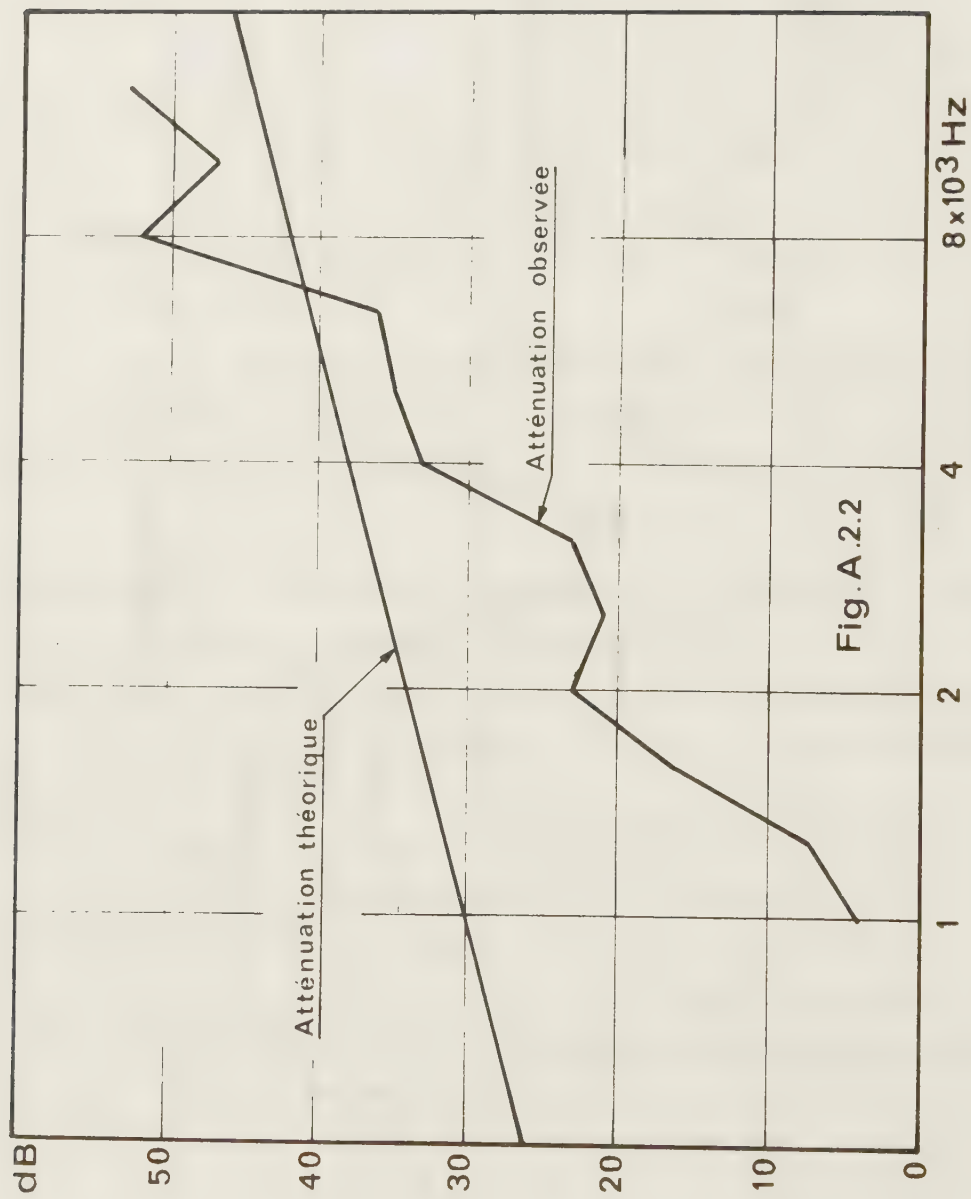


Fig. A.2.2

Annexe A3

RESULTANTE DES FORCES DE FROTTEMENT LATERAL

Il serait intéressant de voir quelle expression aurait la résultante des forces de frottement latéral s'appliquant sur un corps de section constante se déplaçant suivant son axe dans un liquide visqueux. Le problème revient à résoudre l'équation de Navier-Stokes et l'équation de continuité. On peut envisager trois méthodes de résolution qui ont deux hypothèses en commun :

- la viscosité du fluide est constante en tout point du fluide
- la vitesse de l'élément est constante.

A.3.1 - Méthode de BARKAN [2]

Hypothèses : - le liquide visqueux est semi-infini

- les forces de frottement visqueux exercées sur les parois latérales de l'élément foncé ne dépendent pas de la forme de ce dernier, mais uniquement de l'aire de la surface latérale de la partie en contact avec le fluide. Le calcul est mené sur une plaque plane;

- les variations de pression dues au mouvement de l'élément sont négligeables;

- la composante de la vitesse d'une particule fluide perpendiculairement à l'enfoncement est petite devant la composante parallèle au déplacement.

BARKAN suppose également que la viscosité du fluide varie suivant une loi exponentielle en fonction de la distance à l'élément dans un plan perpendiculaire à l'enfoncement. Mais les paramètres de cette loi de variation n'étant pas connus, il propose d'utiliser le résultat suivant obtenu en supposant la viscosité constante :

$$F_x = \frac{2s}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\rho \eta \dot{X}^3 X} \quad A.1$$

s = périmètre de l'élément

ρ = masse volumique du fluide

η = viscosité dynamique du fluide

$\dot{X}$ = vitesse de déplacement de l'élément suivant son axe

X = longueur immergée de l'élément

A.3.2 - Méthode de la couche limite [7]

Hypothèse : le milieu est semi-infini.

La notion de couche limite a été introduite par PRANDTL. On estime qu'au voisinage des parois d'un élément, il existe une couche de très faible épaisseur (quelques millimètres au maximum) appelée couche limite où les gradients de vitesse et donc les forces de frottement sont grands. Dans la zone extérieure à cette couche, qu'on appelle aussi fluide libre, les gradients de vitesse, donc les forces de frottement sont faibles, et le fluide peut y être considéré comme non visqueux.

Le cas du pieu cylindrique se résoud assez facilement, car on peut utiliser la transformation de Mangler qui permet de ramener le problème à celui de l'écoulement sur une plaque plane. Ce dernier cas a été résolu par Blasius.

On obtient alors : (en utilisant les mêmes notations que précédemment)

$$F_{\mu} = 0,664 \sqrt{\rho \eta \dot{X}^3 X} \quad A.2$$

L'épaisseur de la couche limite est donnée par :

$$\delta = 4,92 \sqrt{\frac{\eta \cdot X}{\rho \cdot X}} \quad A.3$$

Remarque 1 :

En comparant ce résultat et celui obtenu par BARKAN, on constate que leur formulation est identique, mais qu'ils diffèrent par un coefficient multiplicateur. Le résultat obtenu par BARKAN est 1,7 fois plus grand que celui obtenu par la méthode de la couche limite.

Remarque 2 :

La méthode de la couche limite n'est valable que si l'épaisseur δ est faible (de l'ordre de quelques millimètres). En supposant que la viscosité dynamique du fluide soit comparable à celle d'une huile de graissage de viscosité moyenne (0,3 poiseuille) l'épaisseur de la couche limite serait de l'ordre de 7 centimètres au début de nos essais les plus rapides et de l'ordre de 430 centimètres à la fin de nos essais les plus lents. Dans la mesure où on peut définir la viscosité équivalente d'un sable soumis à des vibrations, nous verrons à la fin de l'annexe que sa valeur dépasse largement celle d'une huile de graissage. Par conséquent, la couche limite atteindrait des valeurs importantes, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse fondamentale de la méthode.

A.3.3 - Méthode des cylindres coaxiaux [7]

Hypothèses : - le pieu de rayon R_1 glisse parallèlement à son axe dans un autre cylindre coaxial fixe de rayon R_2 , l'espace entre les deux cylindres étant occupé par un fluide visqueux ;

- les variations de pression dues au mouvement du pieu sont négligeables.

La résultante des forces de frottement latéral a pour expression :

$$F_{\lambda} = \frac{2\pi}{\ln R_2/R_1} \eta \dot{X} X \quad (A.4)$$

Cette relation a une formulation analogue à la relation (3.14) que nous avons posé par hypothèse (chapitre 3).

Remarque 1 :

Supposons que : $R_2 = R_1 + \delta$ (A.5)

δ étant l'épaisseur de la couche limite trouvée précédemment. Si δ est petit devant R_1 :

$$\ln \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{\delta}{R_1} \quad (A.6)$$

En remplaçant δ par sa valeur (relation 3.17), l'expression de la force de frottement latéral devient :

$$F_{\lambda} = \frac{2\pi R_1}{4,92} \sqrt{\rho \eta \dot{X}^3 X} \quad (A.7)$$

Soit : $F_{\lambda} = 0,202 s \sqrt{\rho \eta \dot{X}^3 X} \quad (A.8)$

En comparant ce résultat et ceux obtenus par les deux méthodes précédentes, on constate que leur formulation est identique, mais qu'ils diffèrent par un coefficient multiplicateur. Le résultat obtenu ici est 5,5 fois plus petit que le résultat obtenu par BARKAN et 3,25 fois plus petit que celui obtenu par la méthode de la couche limite.

Remarquons que dans la mesure où l'on peut faire une analogie entre un sable et un fluide visqueux, il faudrait que la distance entre les deux cylindres soit au moins égale à la dimension des grains de sable les plus gros, soit 2,5 mm dans notre cas. Le rayon R_1 étant de 15 mm, l'erreur faite en écrivant la relation (A.6) est au moins égale à 8,5 %.

Remarque 2 :

La différence essentielle entre la méthode des cylindres coaxiaux et les deux méthodes précédentes réside dans l'hypothèse faite sur l'espace occupé par le liquide : ici il est supposé limité alors qu'auparavant il était supposé semi-infini.

L'hypothèse d'un fluide limité par un cylindre est à mettre en parallèle avec les résultats des expériences de ROBINSKY et MORRISON [10]. Ces expériences réalisées sur des modèles de pieu en fonçage classique montrent que la zone perturbée par le fonçage peut être considérée comme cylindrique, sauf au voisinage des extrémités du pieu. Remarquons que les différentes relations ne sont pas valables à la pointe par suite du refoulement du fluide.

Remarque 3 :

Supposons que l'on puisse remplacer le sable de vibroviscosité par un fluide fictif équivalent de viscosité dynamique η' , et essayons d'estimer η' . En comparant l'hypothèse (3.14) avec le résultat obtenu par la méthode des cylindres coaxiaux (A.4), il vient :

$$\eta' = \frac{\text{Ln } R_2/R_1}{2\pi} s \eta \quad (\text{A.9})$$

Bien qu'on ne connaisse pas la valeur R_2/R_1 , on peut l'estimer a priori peu différente de 5. Numériquement, η' serait alors compris entre $0,1 \cdot 10^4$ et $2,5 \cdot 10^4$ poiseuille. A titre de comparaison, la viscosité dynamique de l'eau est de 10^{-3} poiseuille et celle d'une huile de graissage de viscosité moyenne de 0,3 poiseuille.

CAPACITE PORTANTE EN STATIQUE

En Mécanique des Sols classique, la résistance de pointe est évaluée en statique à partir de la capacité portante d'une semelle circulaire de diamètre B , de section A et dont la base est située à une profondeur D sous le niveau du sol [5].

$$Q = A(0,4 \gamma B N_\gamma + \gamma D N_q + 1,2 c N_c) \quad (A.1)$$

Cette relation est obtenue en appliquant le théorème de superposition des états d'équilibre limite. N_γ , N_q , N_c sont les facteurs de capacité portante relatifs respectivement à un sol pulvérulent pesant non chargé, à un sol pulvérulent, non pesant, chargé, et à un sol cohérent non pesant et non chargé.

Dans le cas d'une fondation profonde, D est grand devant B : le terme de surface est négligeable devant les autres termes.

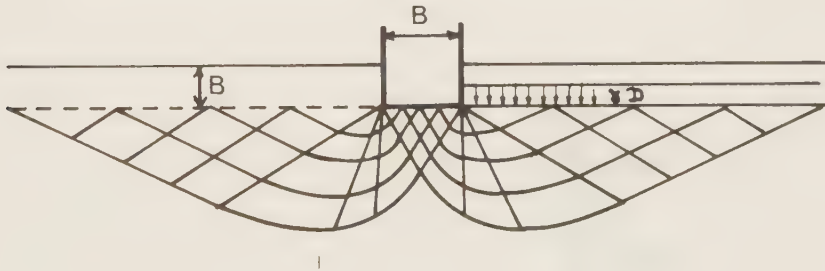


Fig. A.4.1

Nous ne nous intéressons ici qu'aux matériaux pulvérulents. La résistance de pointe se réduit donc à :

$$F_p = A \gamma D N_q \quad (A.2)$$

Le coefficient N_q n'étant fonction que de l'angle de frottement interne ϕ du sol, la force de pointe est une fonction linéaire de la profondeur.

De nombreuses expériences réalisées aussi bien en France (par Caquot et Kérisel) qu'aux Etats Unis (par Vesic) montrent que le facteur N_q des pieux modèles réduits (c'est le cas de notre étude) est beaucoup plus grand que celui

des fondations superficielles. En effet, la théorie classique suppose que les lignes de glissement s'arrêtent sur une horizontale située au niveau inférieur de la fondation (fig. A.4.1). Si l'hypothèse est justifiée pour une fondation superficielle, elle ne l'est plus pour une fondation profonde où les lignes de glissement se referment sur le pieu.

Les essais réalisés à Saint-Rémy-les-Chevreuses indiquent clairement que la force de pointe varie linéairement jusqu'à une profondeur critique D_c et reste ensuite constante. Caquot et Kérisel proposent la valeur expérimentale :

$$D_c = \frac{B}{4} N_q^{2/3} \quad (A.3)$$

N_q étant lui-même donné par la relation empirique :

$$N_q = 10^{N \tan \phi} \quad (A.4)$$

où N est un coefficient variant de 3,7 pour les petits diamètres à 2,7 pour les diamètres de 32 cm. Au-delà de ce diamètre, on retrouve des valeurs comparables à celles des fondations superficielles.

Meyerhof a traité de façon théorique le cas du sol non pesant, pulvérulent, non chargé et donne ses résultats sous forme d'abaque (fig. A.4.2).

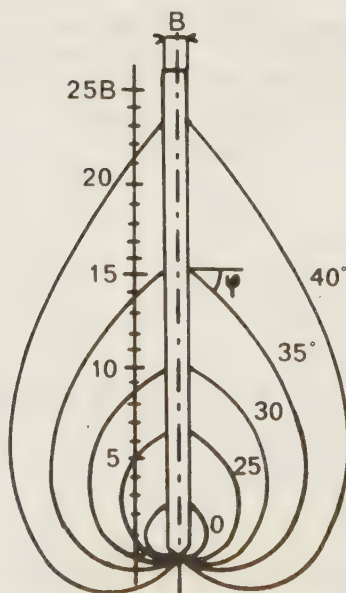


Fig. A.4.2

Avec un sable d'angle de frottement interne : $\phi = 35^\circ$, on obtient :

$$D_c = 45 \text{ cm (Meyerhof)}$$

$$D_c = 40 \text{ cm (Caquot et Kérisel) pour } B = 3 \text{ cm}$$

